



# TIMSS 2019 U SRBIJI

UREDNIKE  
IVANA ĐERIĆ  
NIKOLETA GUTVAJN  
SMILJANA JOŠIĆ  
NADA ŠEVA



Biblioteka  
„Pedagoška teorija i praksa”

53



# TIMSS 2019 U SRBIJI

*Izdavač*

INSTITUT ZA PEDAGOŠKA ISTRAŽIVANJA

*Za izdavača*

Nikoleta GUTVAJN

*Lektor*

Jelena STEVANOVIĆ

*Tehnički urednik*

Ivana ĐERIĆ

*Dizajn korica*

Branko CVETIĆ

*Programski prelom i štampa*

Kuća štampe plus

ISBN

ISBN-978-86-7447-156-2

*Tiraž*

300

INSTITUT ZA PEDAGOŠKA ISTRAŽIVANJA

## **TIMSS 2019 U SRBIJI**

REZULTATI MEĐUNARODNOG ISTRAŽIVANJA POSTIGNUĆA  
UČENIKA ČETVRTOG RAZREDA OSNOVNE ŠKOLE  
IZ MATEMATIKE I PRIRODNIH NAUKA

*Urednice*

Ivana ĐERIĆ

Nikoleta GUTVAJN

Smiljana JOŠIĆ

Nada ŠEVA

BEOGRAD

2021.

# INSTITUT ZA PEDAGOŠKA ISTRAŽIVANJA

## *Recenzenti*

Prof. dr Slobodanka GAŠIĆ-PAVIŠIĆ

Prof. dr Olivera GAJIĆ

Prof. dr Vera SPASENOVIĆ

*Napomena.* Realizaciju istraživanja TIMSS 2019, pripremu i štampanje ove publikacije finansiralo je Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije (br. ugovora 404-02-42/2018-17 i 451-03-9/2021-14/200018).

Za materijale Međunarodne asocijacije za evaluaciju obrazovnih postignuća (International Association for the Evaluation of Educational Achievement – IEA) koji su prikazani u ovoj knjizi dobijena je dozvola pod brojem IEA-21-021.

Komisija za ocenu etičnosti u naučnoistraživačkom radu Instituta za pedagoška istraživanja donela je odluku 23. aprila 2021. godine da je tematski zbornik *TIMSS 2019 u Srbiji* u skladu sa *Pravilnikom o etičnosti u naučnoistraživačkom radu Instituta za pedagoška istraživanja*.

---

# SADRŽAJ

## PREDGOVOR

*Ivana Đerić, Nikoleta Gutvajn, Smiljana Jošić i Nada Ševa*

## I MEĐUNARODNO ISTRAŽIVANJE TIMSS 2019

### 13 KONCEPCIJA MEĐUNARODNOG ISTRAŽIVANJA TIMSS 2019

*Ivana Đerić*

## II ČINIOCI POSTIGNUĆA U ISTRAŽIVANJU TIMSS 2019

### 45 FAKTORI POSTIGNUĆA UČENIKA IZ MATEMATIKE I PRIRODNIH NAUKA: TIMSS 2019 U SRBIJI

*Smiljana Jošić, Jelena Teodorović i Ivana Jakšić*

### 67 KOMPARATIVNA ANALIZA UTICAJA KULTURNOG KAPITALA NA POSTIGNUĆE UČENIKA: SRBIJA, REGION I ZAPADNA EVROPA

*Mladen Radulović i Dragana Gundogan*

### 87 RANE OBRAZOVNE AKTIVNOSTI RODITELJA SA DECOM I ŠKOLSKO POSTIGNUĆE UČENIKA IZ MATEMATIKE I PRIRODNIH NAUKA

*Rajka Đević, Jelena Stanišić i Milja Vujačić*

## III MOTIVACIJA I POSTIGNUĆA UČENIKA U ISTRAŽIVANJU TIMSS 2019

### 107 ŠKOLSKA KLIMA I MOTIVACIJA ZA UČENJE MATEMATIKE I PRIRODNIH NAUKA: MEDIJACIJA VRŠNJAČKOG NASILJA

*Nikoleta Gutvajn, Marina Kovačević Lepojević i Gordana Miščević*

### 125 MOTIVACIONI PROFILI UČENIKA U MATEMATICI: TIMSS 2019

*Nataša Lalić-Vučetić, Slavica Ševkušić i Snežana Mirkov*

### 145 KAKO ASPIRACIJE RODITELJA I RAZVOJNO-PODSTICAJNE AKTIVNOSTI UTIČU NA SAMOPOUZDANJE I MOTIVACIJU DECE ZA UČENJE MATEMATIKE I PRIRODNIH NAUKA?

*Vladimir Džinović, Ivana Đerić i Dušica Malinić*

## **IV ANALIZA ZADATAKA IZ MATEMATIKE I PRIRODNIH NAUKA U ISTRAŽIVANJU TIMSS 2019**

163 TIPOLOGIJA GREŠAKA U REŠAVANJU ZADATAKA IZ GEOMETRIJE

*Jasmina Milinković i Nada Ševa*

193 GREŠKE UČENIKA U REŠAVANJU TIMSS 2019 ZADATAKA  
– OBLAST BIOLOGIJA

*Jelena Stanišić, Sanja Blagdanić i Milica Marušić Jablanović*

## **V INDEKS AUTORA**





# PREDGOVOR

Znanje i veštine stanovništva jedne zemlje imaju kauzalni uticaj na njen ekonomski rast, zbog čega su zemlje zainteresovane da osiguraju konkurentnost budućih generacija na nacionalnom, regionalnom i svetskom tržištu obrazovanja i rada (OECD, 2013; Education 2030)<sup>1</sup>. Svetska stručna javnost prepoznaje da razvoj matematičkih, naučnih i jezičkih kompetencija predstavlja prioritetan obrazovni i vaspitni cilj u savremenom društvu. Zahvaljujući široj društvenoj klimi i orijentaciji na akademska postignuća, promovisanje rezultata sveobuhvatnih međunarodnih procena opaža se kao važan događaj u prosvetnoj, stručnoj i naučnoj javnosti.

Prosvetne vlasti se sve više oslanjaju na podatke velikih međunarodnih komparativnih studija (ILSA – International Large Scale Assessments) koje ciklusno prate i procenjuju brojne kognitivne, motivacione, socijalne i emocionalne kompetencije aktera u oblasti obrazovanja. Podaci iz ILSA studija proizvode promene na sistemskom nivou (na primer, nacionalni kurikulum), na nivou obrazovnovaspitne prakse (na primer, domen nastave i učenja), ali i na nivou porodičnih očekivanja, vrednosti i delovanja, kada je u pitanju buduće školovanje dece čiji roditelji učestvuju u pomenutim istraživanjima. Međutim, prema Izveštaju Evropske komisije, ne postoji dovoljno analiza koje informišu javnost i

<sup>1</sup> *Education 2030*. Incheon Declaration and Framework for Action for the Implementation of Sustainable Development Goal 4: Ensure Inclusive and Equitable Quality Education and Promote Lifelong Learning. ED-2016/WS/28. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656>

OECD (2013). *Education at a Glance 2013: OECD Indicators*. OECD Publishing.

stručnjake o donošenju odgovarajućih obrazovnih politika, posebno u STEM oblasti, odnosno u području prirodnih nauka, matematike, tehnologije i inženjerstva (Science Education for Responsible Citizenship, 2015).<sup>2</sup>

Međunarodni projekat TIMSS, kao deo te šire i obuhvatne istraživačke porodice, zajedno sa drugim studijama (na primer, PIRLS ili PISA) pruža naučna saznanja o snagama i slabostima obrazovnih sistema, omogućava da se prate trendovi postignuća učenika iz različitih nastavnih oblasti, kao i kvalitet njihovog učenja na odeljenskom, školskom i porodičnom nivou. Saradnja međunarodnih istraživačkih institucija sa relevantnim obrazovno-političkim ustanovama omogućila je donosiocima odluka na nacionalnom nivou priliku da kreiraju konkretne mere i akcije za unapređivanje kvaliteta obrazovanja u duhu Unesco globalnih ciljeva (SDG 4) za održivi razvoj (IEA, 2020)<sup>3</sup>. To je posebno važno u kontekstu trenutnih reformi obrazovnog sistema u Srbiji. Pored toga, osnovne i sekundarne analize podataka iz studije TIMSS pružaju vredne uvide koje prosvetne vlasti koriste radi kreiranja budućih pravaca razvoja u obrazovanju (Predlog strategije razvoja obrazovanja i vaspitanja u Republici Srbiji do 2030. godine)<sup>4</sup>. Takođe, značaj komparativnih međunarodnih procena prepoznaje se u činjenici da su škole zainteresovane za rezultate koje postižu njihovi učenici, jer uvid u te podatke može biti osnova za pokretanje refleksivnih promišljanja zaposlenih o postignućima učenika i kvalitetu rada u školi. Na pojedinačnom nivou, roditelji sve više razvijaju zainteresovanost za rezultate međunarodnih procena, jer žele da njihova deca pohađaju škole koje ostvaruju dobra postignuća na međunarodnim testovima i koje obezbeđuju kvalitetno obrazovanje.

Resorno ministarstvo Republike Srbije prepoznalo je potrebu za izvođenjem TIMSS istraživanja još početkom novog milenijuma. Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja je poverilo ovo istraživanje Institutu za pedagoška istraživanja iz Beograda koji je imao ulogu nacionalnog TIMSS centra u Republici Srbiji poslednjih dvadeset godina. Priprema studije TIMSS 2003 u Srbiji započela je 2001. godine, a tokom 2003. godine testirana su prvi put postignuća iz matematike i prirodnih nauka na reprezentativnom uzorku učenika osmog razreda. Prosvetne vlasti su odlučile da ponovo testiraju učenike osmog razreda četiri godine kasnije u ciklusu TIMSS 2007. Međutim, u naredna tri ciklusa TIMSS 2011, 2015 i 2019 dolazi do zaokreta interesovanja ka postignućima učenika iz matematike i prirodnih nauka na nivou razredne nastave, odnosno četvrtog razreda

2 *Science Education for Responsible Citizenship* (2015). Report to the European Commission of the Expert Group on Science Education. Directorate-General for Research and Innovative Science with and for Society. EUR 26893 EN

3 IEA (2020). *Measuring Global Education Goals: How TIMSS Helps; Monitoring Progress Towards Sustainable Development Goal 4 Using TIMSS* (Trends in International Mathematics and Science Study). Paris: UNESCO. Retrieved from UNESCO website: <https://unesdoc.unesco.org/>

4 *Predlog strategije razvoja obrazovanja i vaspitanja u Republici Srbiji do 2030.* Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja. Preuzeto 21. aprila 2021. sa adrese <http://www.mpn.gov.rs/pocela-javna-rasprava-o-predlogustrategije-razvoja-obrazovanja-i-vaspitanja-urepublici-srbiji-za-period-od-2021-do-2030-godine/>

osnovne škole. Učešćem u sva tri istraživačka ciklusa u kontinuitetu obezbeđeni su uslovi za praćenje i analiziranje trendova i činilaca postignuća učenika četvrtog razreda osnovne škole, kao i načina delovanja kontekstualnih činilaca na nivo postignuća učenika u oblasti matematike i prirodnih nauka.

Od prvog ciklusa TIMSS istraživanja u Srbiji rezultati su predstavljani na naučnim i stručnim konferencijama u zemlji i inostranstvu, publikovani su u domaćim i stranim naučnim časopisima i sažecima za obrazovne politike, kao i u okviru tematskih zbornika koji su posvećeni sekundarnim analizama podataka, u izdanju Instituta za pedagoška istraživanja iz Beograda. Pored promocije rezultata u akademskom kontekstu, saradnici Instituta priredili su priručnik koji sadrži TIMSS zadatke i akreditovali su seminar za stručno usavršavanje učitelja iz Srbije. Takođe, TIMSS nalazi promovisani su na profesionalnim susretima praktičara, kao i stručnoj i široj javnosti posredstvom tradicionalnih i savremenih medija (društvene mreže, vebinari).

Doprinos saradnika Instituta za pedagoška istraživanja u ciklusu TIMSS 2019 prepoznaje se u pripremi nekoliko publikacija: *Nacionalni izveštaj TIMSS 2019 u Srbiji: pregled osnovnih nalaza* (uz Sažetak o osnovnim nalazima TIMSS 2019), knjiga rezimea *TIMSS 2019: rezultati i implikacije*, kao i predstavljanje sekundarnih analiza u okviru ovog tematskog zbornika *TIMSS 2019 u Srbiji*. Cilj ove publikacije je, između ostalog, da se prosvetnoj, istraživačkoj i široj društvenoj javnosti prikažu naučni rezultati koji bi bili korišćeni za kreiranje strateških dokumenata i planiranje konkrentnih mera za unapređivanje kvaliteta osnovnog obrazovanja u Srbiji. Knjiga pruža učiteljima, nastavnicima i stručnim saradnicima korisne informacije o kvalitetu postignuća učenika četvrtog razreda osnovne škole iz matematike i prirodnih nauka, kao i njihovoj povezanosti sa nastavnim, porodičnim i školskim činocima.

Zbornik radova *TIMSS 2019 u Srbiji* sadrži deset tekstova u kojima su autori najviše pažnje posvetili analizi postignuća učenika četvrtog razreda, njihovoj motivaciji i proceni sopstvenih mogućnosti, u odnosu na različite porodične, nastavne i školske kontekstualne varijable. Konkretno, konceptulni i metodološki okvir TIMSS istraživanja pružio je autorima priliku da utvrde stepen u kojima porodični i individualni, odeljenski i školski činoci doprinose postignućima učenika iz matematike i prirodnih nauka u četvrtom razredu osnovne škole. U okviru zasebnih poglavlja analizira se uticaj kulturnog kapitala porodice na postignuće učenika iz komparativne perspektive, doprinos individualnih karakteristika učenika postignućima iz matematike i prirodnih nauka, porodični mehanizmi koji ostvaruju uticaj na motivaciju i samopouzdanje učenika, odnos školske klime, discipline i motivacije učenika, kao i motivacioni profili učenika četvrtog razreda. Pored toga, autori u knjizi posvećuju pažnju analizi grešaka učenika prilikom rešavanja zadataka iz matematike

i prirodnih nauka na TIMSS testu. U pojedinim poglavljima upoređuju se nalazi iz studije TIMSS 2019 iz Srbije sa drugim zemljama iz regiona i Evrope. Takođe, autori u poglavljima prate trendove tako što upoređuju rezultate iz aktuelnog i prethodnih ciklusa istraživanja TIMSS u četvrtom razredu. Zahvaljujemo se autorima koji su učestvovali u pisanju poglavlja, jer su predano i vredno obavljali svoje istraživačke zadatke i doprineli kvalitetu i obimnosti publikacije.

Veliku zahvalnost upućujemo istraživačkom timu Instituta za pedagoška istraživanja koji je sa puno entuzijazma učestvovao u svim fazama pripreme i realizacije istraživanja na terenu. Takođe, zahvaljujemo se kolegama iz drugih ustanova koji su učestvovali u sekundarnoj analizi podataka. Istraživanje TIMSS 2019 ne bi moglo da bude uspešno realizovano bez školskih koordinatora i realizatora testiranja iz reprezentativnog uzorka TIMSS osnovnih škola iz Srbije (direktori, stručni saradnici, učitelji/predmetni nastavnici), kao i bez učenika četvrtog razreda i njihovih roditelja/staratelja. Nadamo se da smo uspeali da kolegama iz škola koje su učestvovala u ciklusu TIMSS 2019 pružimo stručnu i moralnu podršku u ovom zahtevnom istraživačkom poduhvatu.

Koristimo priliku da se zahvalimo recenzentima, uvaženim kolegicama – prof. dr Slobodanki Gašić-Pavišić (Fakultet primjenjenih nauka Univerziteta Donja Gorica u Podgorici), prof. dr Oliveri Gajić (Department za pedagogiju Filozofskog fakulteta Univerziteta u Novom Sadu) i prof. dr Veri Spasenović (Odeljenje za pedagogiju Filozofskog fakulteta Univerziteta u Beogradu) – čije su sugestije značajno uticale na poboljšanje kvaliteta knjige.

Naposletku, zahvaljujemo Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije što je podržavalo saradnike iz Instituta za pedagoška istraživanja u realizaciji TIMSS projekta u Srbiji, kao i u procesu objavljivanja ove knjige.

*Urednice*

Ivana Đerić

Nikoleta Gutvajn

Smiljana Jošić

Nada Ševa




# TIPOLOGIJA GREŠAKA U REŠAVANJU ZADATAKA IZ GEOMETRIJE<sup>1</sup>

**Jasmina Milinković<sup>2</sup>**

*Učiteljski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd*

**Nada Ševa**

*Institut za pedagoška istraživanja, Beograd*



Upoznavanje karakteristika, prostornih odnosa i relacija između geometrijskih objekata jedan je od elemenata matematičke pismenosti. Ova znanja i veštine čine teorijsku podlogu za rešavanje praktičnih problema u oblastima geometrije i merenja i istovremeno omogućavaju uspešan nastavak matematičkog obrazovanja (Corcoran, Mosher & Rogat, 2009). U ovom poglavlju analizirano je postignuće učenika u oblasti geometrije i merenja u istraživanju TIMSS 2019, da bi se detaljnije upoznali sa ključnim elementima koji su neophodni za uspešno rešavanje problema iz geometrije, kao i sa poteškoćama i zabudama u razumevanju geometrijskih pojmova. U uvodnom delu ćemo prikazati osnovne odrednice teorijskih postavki u vezi sa razvojem geometrijskog mišljenja i oblasti merenja i ukazati na rezultate nekih istraživanja u ovom domenu.

## 1. TEORIJSKI OKVIR

Da bismo razumeli poteškoće koje mnogi učenici imaju u vezi sa razumevanjem matematike, i posebno geometrije, potrebno je utvrditi koji kognitivni mehanizmi stoje u osnovi raznolikosti matematičkih procesa (Duval, 2006). Postoje različiti teorijski okviri za objašnjavanje razvoja geometrijskog saznanja, ali mi ćemo se u ovom radu osloniti na

<sup>1</sup> *Napomena.* Realizaciju ovog istraživanja finansiralo je Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije (br. ugovora 404-02-42/2018-17, 451-03-9/2021-14/200018 i ON 179020).

<sup>2</sup> E-mail: milinkovic.jasmina@yahoo.com

dve dominantne teorije u literaturi o razvoju geometrijskog mišljenja: Fišbajnova teorija (Fischbein, 1993) o razumevanju geometrijskih entiteta na različitim planovima, kao i Van Hilov model u kome se ističe razvoj učenika kroz pet nivoa geometrijske misli od geštaltskog pristupa do izuzetno složenog nivoa razmišljanja (Đokić i Zeljić, 2017; Herskovitz, 1987; Kim, Haberstroh, Peters, Howell & Nabors, 2017). U nastavku ćemo detaljnije opisati sadržaje o teorijskim postavkama, koji će nam omogućiti lakše tumačenje grešaka učenika u vezi sa pojedinim temama.

## 1.1. GEOMETRIJSKO MIŠLJENJE

Prema Fišbajnovom shvatanju geometrija operiše mentalnim entitetima, takozvanim geometrijskim objektima, koji istovremeno poseduju pojmovna i slikovna svojstva (Fischbein, 1993; Fischbein & Nachlieli, 2006). Pojmovno određenje geometrijskog objekta čini mentalna struktura koja je rezultat idealizacije i ima svojstva apstraktnosti i uopštenosti dok slikovna svojstva čine oblik, položaj, veličina. Fišbajn ističe da integracija pojmovnih i slikovnih svojstava objekata i dominacija pojmovnog određenja ne predstavljaju spontan proces (Fischbein, 1993). Uz inicijalno razumevanje osnovnih geometrijskih objekata učenici takođe treba da nauče da mentalno manipulišu geometrijskim objektima, primenjujući pritom i operacije sa brojevima i logičke operacije. Kognitivni domen odgovoran za obradu slikovnih svojstava geometrijskog pojma vezuje se za sposobnost prostornog opažanja, mentalne rotacije i geometrijske vizuelizacije.

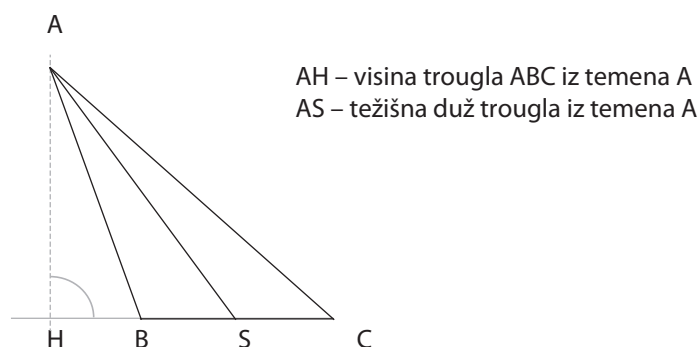
*Zadaci koji podstiču razvijanje geometrijskog mišljenja i tipične greške učenika.* U početnoj nastavi matematike upoznavanje geometrijskih objekata zasnovano je na protoprimerima koji su predstavljeni slikovnim svojstvima. Do kraja četvrtog razreda osnovne škole započinje se sa upoznavanjem pojmovnih svojstava geometrijskih objekata i klasifikacijama. Klasifikacija geometrijskih oblika i njihova povezanost sa svojstvima i definicijama neophodni su da bi se napravila razlika između karakterističnih svojstava i distraktora ovih koncepta (Baranović, 2019; de Villiers, 1994, 2009). Pojam se klasifikuje na osnovu definicije pojma i na osnovu izabranog kriterijuma (Fujita & Jones, 2007). Na primer, kvadrat je pravougaonik jer se kvadrat može definisati kao pravougaonik čije su stranice sve jednake, ali isto tako, pravougaonik je paralelogram čiji su uglovi pravi. Neka istraživanja pokazuju da kod budućih učitelja postoje situacije u kojima slika ili neprototipski primeri dovode do konflikta u kome slika dominira nad usvojenom formalnom definicijom (Gal & Vinner, 1997, Đokić *et al.*, 2020). Herkovic ukazuje da neke zablude učenika vezane za klasifikacije geometrijskih objekata mogu lakše da se razumeju ako imamo u vidu kompleksnost matematičke strukture koja se razmatra (Hershkowitz, 1987). Na primer, potrebno je da se sagleda da kvadrati pripadaju grupi paralelograma

(dakle imaju sva svojstva kao i paralelogrami), ali takođe pripadaju i grupi četvorouglova (što učenici, pokazuju istraživanja, ne percipiraju koristeći u zaključivanju prototipične primere).

Geometrijsko mišljenje se razvija i kroz zadatke poput čitanja dvodimenzionalnih prikaza trodimenzionalnih objekata uz uočavanje njihovih svojstava i obratno, kreiranja dvodimenzionalnih prikaza na osnovu sagledavanja objekta u prostoru (Ben-Haim, Lappan & Houang, 1985). Zbog toga je u školi značajno da se rešavaju zadaci identifikovanja trodimenzionog geometrijskog objekta na osnovu dvodimenzionalne slike, crtanja dvodimenzionalne slike razvijanjem mreže geometrijskog tela i suprotno sklapanjem (manipulacijom ili zamišljanjem). U slučaju identifikovanja tela na osnovu dvodimenzionog prikaza, važno je primetiti da rešenje često ne mora biti jedinstveno i potrebno je razmotriti različita rešenja.

Fišbajn (Fischbein, 1993) predlaže sledeći način za prevazilaženje konflikta između pojmovnog i slikovnog sagledavanja geometrijskog objekta kroz rešavanje problemskih zadataka. On razmatra primer problema crtanja visine trougla (Slika 1.1). Kada se razmatra slučaj trougla ABC (Slika 1.1) kod koga visina iz temena A ne pripada unutrašnjosti trougla, uprkos pojmovnom razumevanju, odnosno poznavanju definicije visine trougla, učenici često greše i umesto visine AH crtaju težišnu duž trougla AS (Fischbein, 1993). Zato ovakav tip zadatka predstavlja efikasan način da se prevaziđe vizuelna zabluda, jer u procesu rešavanja učenici dobijaju priliku da analiziraju svoje „greške“, tj. da postanu svesni zablude i da je na taj način prevaziđu.

**Slika 1.1:** Visina i težišna duž iz temena A (prema: Fischbein, 1993)



U kontekstu Fišbejnove teorije na vizuelizaciju objekta može da utiče i kontekst u kome se objekat nalazi.

„Ono što vidimo nije određeno samo količinom prethodnog znanja koje usmerava naše oči, već je u mnogim slučajevima određeno i kontekstom u kome se posmatra...

U različitim kontekstima „istinski“ vizuelni objekti mogu imati različita značenja čak i za stručnjake” (Arcavi, 2003: 36).

Na primer, ako bismo videli tri paralelne prave bez realnog konteksta, verovatno bismo razmišljali o euklidskim geometrijskim asocijacijama paralelizma (jednaka udaljenost, nema preseka itd.). Mogli bismo i preusmeriti pažnju na pojam *rastojanja između paralelnih linija* (kao duži upravne na paralelne linije), odnosno ka pojmu vertikalnog pomeranja sa jedne linije na drugu liniju i dr. Odnos „paralelnosti” pravih bi mogao biti uočen i u realnom kontekstu na intuitivan način npr., pri analiziranju odnosa između ulica u gradu (paralelne ulice, ulice koje se seku, upravne i sl.). U tom slučaju, pojavila bi se drugačija razmišljanja o rastojanju, odnosno sama problemska situacija ne bi navodila učenike na poželjno matematičko modelovanje.

Poseban izazov za učenike u nižim razredima osnovne škole na nivou definisanja geometrijskog pojma predstavlja pojam *ugla*, koji nije lako razumljiv jer zahteva percepciju fizičkih svojstava ugla, uključujući statički (konfiguracioni) i dinamički (pokretni) aspekt (Clements & Battista, 1992). Skali (Scally, 1990) je koristila Van Hilov model i razvila skup indikatora nivoa koji se posebno fokusiraju na ugao. Na prvom nivou učenik je sposoban da identifikuje ugao, da ga opiše i obavlja različite operacije u skladu sa njihovim izgledom. Na drugom nivou učenik utvrđuje svojstva uglova i koristi svojstva za rešavanje problema. Na trećem nivou učenik formuliše i koristi definicije, daje neformalne dokaze kojima pokazuje da važe intuitivno otkrivena svojstva. Rezultati istraživanja ukazuju na pozitivne efekte upoznavanja pojma ugla u realističnim situacijama i/ili uz pomoć tehnologija koje omogućavaju dinamičko ispitivanje pojma ugla (Crompton, 2013). Batista (Battista, 2007) ukazuje da se kretanjem od slika kao modela apstraktnih pojmova kakav je pojam ugla, umesto od realističnih modela, prerano dolazi do formalizacije bez razumevanja. Zbog toga se učenici fokusiraju na nebitne atribute slika ugla sa geometrijskim pojmom ugla (Clements & Battista, 1992), na primer, na orijentaciju ili dužinu kraka ugla. Razumevanje istaknutih kriterijuma potrebnih za ocenjivanje uglova je uobičajena poteškoća ili zabluda koju učenici imaju.

## 1.2. RAZVOJ MIŠLJENJA O GEOMETRIJSKOM MERENJU

Matematičko učenje merenja započinje opisivanjem i direktnim upoređivanjem različitih merljivih atributa predmeta, atributa koji se mogu kvantifikativno opisati, kao što su dužina, površina, zapremina, vreme ili težina. Prema Brajtom shvatanju (Bright, 1976), merljivi atribut je „karakteristika koja se može kvantifikovati upoređivanjem sa nekom standardnom jedinicom” (str. 88). Stoga, u svakom obliku merenja neprekidnu vrednost



delimo na delove i izražavamo brojem. Postupak merenja se sastoji od tri koraka: kada se izabere merna jedinica, upoređuju se merene veličine s izabranom mernom jedinicom i dodeljuje realni broj toj karakteristici objekta.

„...Prilikom merenja u školskom kontekstu, izabravši pogodnu mernu jedinicu, ponavljamo tu jedinicu da bismo utvrdili broj kopija potrebnih za iscrpljivanje merene količine. Mera je broj ponovljenih mernih jedinica...” (Smith, van den Heuvel-Panhuizen & Teppo, 2011). U okviru oblasti merenja veličine kroz kurikulum se razvija sposobnost rešavanja problema upoređivanja i serijacije i korišćenja instrumenta za očitavanje vrednosti sa skale uz razumevanje potrebe za jedinstvenom mernom jedinicom. Akcentuju se neki aspekti merenja. Na primer, kod merenja dužine to su problemi određivanja najkraćeg rastojanja, konzervacija, tranzitivnost, trihotomija, aditivnost, procena greške, optimizacija kretanja (van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2008).

U poređenju sa merenjem vremena ili težine, merenje dužine, površine i zapremine smatramo geometrijskim merenjima u jednoj, dve, odnosno tri dimenzije. Ključni pojmovi i osnove rezonovanja i zaključivanja u geometrijskom merenju su: (a) jedinice mere (merne jedinice) i iteracije merne jedinice, (b) sposobnost prostorne vizuelizacije, (v) kompozitne jedinice celine i prostorno strukturiranje i (g) apstrakcija (Kim *et al.*, 2017). Kim i saradnici (Kim *et al.*, 2017) utvrdili su da postoji jedinstvena trajektorija razvoja u merenju dužine, površine i zapremine koja ima pet nivoa:

- nivo 1: intuitivno/holističko/vizuelno poređenje (učenik upoređuje veličinu u celini ili broji delove predmeta na holističkom nivou, ali bez ponavljanja mernih jedinica);
- nivo 2: rani koncept merne jedinice (iskustven nivo) (učenik ponavlja merne jedinice, ali nedovoljno koordinira i/ili strukturira ponovljene jedinice);
- nivo 3: popunjavanje prostora/pokrivanje jedinicama (analitički nivo) (učenici su u svojim strukturama pravilno ponovili merne jedinice i počinju da koriste kompozitne jedinice);
- nivo 4: koncept intervalne skale vezan za upotrebu efikasne kompozitne jedinice (nivo formalizacije) (učenik meri efikasnom kompozitnom jedinicom za svaku dimenziju i vizuelizuje njenu prostornu strukturu);
- nivo 5: opšti model (nivo apstrakcije).

Primećujemo da postoji fundamentalna razlika između merenja u prirodnim naukama i matematičkog merenja. Naučno merenje je posmatračko i uvek sadrži do određenog stepena greške zbog čega je „tačnost merenja” jedna od važnih tema u merenju u

prirodnim naukama. Geometrijska merenja u osnovnoj školi, posebno deo procene, imaju karakteristike merenja u prirodnim naukama. Sposobnost prostorne vizuelizacije obuhvata i upotrebu referentnih mera kao jedinica u proceni i merenju veličine predmeta u prostoru. Prema Džoramu, Subrameniamu i Gelmanu (Joram, Subrahmanyam & Gelman, 1998), za učenike je korisno da budu upoznati sa nekim referentnim merama. Na primer, poznato je da kada raširimo ruke, raspon je oko jednog metra. Mnogi učenici koriste merne instrumente ili prebrojavaju broj mernih jedinica u merenoj veličini mehanički i primenjuju formule bez dodatnog razmišljanja dobijajući besmislene odgovore (Clements & Battista, 1992). Na primer, Klemens i Batista (Clements & Battista, 2001) su otkrili da mnogi učenici imaju poteškoće da odrede dužinu duži kada početak lenjira tj. broj 0 na lenjiru kojim se meri nije poravnan sa početnom tačkom duži. Uspešno poučavanje u okviru ove teme podrazumeva razumevanja ideje merenja, svojstava merenja i poznavanja postupaka za merenje.

*Merenje dužine.* Dužina duži ukazuje na to koliko se jediničnih dužina i njenih delova nalazi u merenoj duži, a izražava se u standardnoj mernoj jedinici metar i mernim jedinicama manjim ili većim od metra (dm, cm, mm, ...km). Razumevanje pojma dužine obuhvata i poznavanje svojstava merenja dužine: dužina ne može biti negativan broj; duži jednakih dužina su podudarne; svojstvo aditivnosti (ako su dve duži koje pripadaju istoj pravoj nadovezane, onda je zbir njihovih dužina duži dobijene njihovim nadovezivanjem jednaka zbiru dužina duži koje je čine). Deca razvijaju različite vrste strategija za rešavanje problema vezanih za merenje dužine: vizuelno procenjivanje mere; crtanje, tj. označavanje tačkama segmenta duži; kreiranje merne jedinice radi kvantifikovanja dužine; korišćenje proporcionalnih brojeva, definisanjem apstraktne merne jedinice (Clements *et al.*, 1997; Steffe, 1991).

*Merenje površi.* Razvijanje pojmova i postupaka u merenju površine gradi se na osnovu razumevanja tema, kao što su množenje, razlomci i struktura geometrijskih figura, ali i za razmatranje realističnih problemskih situacija, kao što su krčenje šuma, obrada njive i sl. (Clements *et al.*, 2018). Kako se razvija pojam površine, intuitivno se dolazi i do saznanja o svojstvima površine: površina nije negativan broj; podudarne površi imaju jednake površine; ako je površ unija disjunktih površi, njena površina jednaka je zbiru površina tih disjunktih površi. Svaki postupak merenja površine podrazumeva da se izvrše koraci opisani za merenje dužine: izbor merne jedinice, upoređivanje i dodeljivanje nenegativnog realnog broja merenom objektu (Milinković, 2007). Korišćenje kvadratnih mernih jedinica za sastavljanje niza jedinica tako da red jedinica postaje nova (veća) merna jedinica koja se i sama može ponoviti predstavlja vid prostornog strukturisanja.

Istraživanja pokazuju da takvo prostorno strukturiranje prethodi smislenoj matematičkoj upotrebi mernih jedinica za određivanje površine (Clements & Battista, 2001).

Na početnom nivou razumevanja pojma površine dete fizički prekriva površ izabranom fizičkom mernom jedinicom (npr. pločicom). Na najvišem nivou punog razumevanja učenik može da predstavi površ strukturno u kolonama i redovima, ume da razlaže i prekomponuje parcijalne jedinice do formiranja cele jedinice mere, meri dimenzije figure, sposoban je za konverziju mernih jedinica, a kada se traži da nacrtava pravougaonik određene površine, povezuje meru površi sa brojem mernih jedinica za površinu, a ne oslanja se mehanički na formulu za izračunavanje površine (npr. množenje dimenzija pravougaonika). Tokom trajektorije razvoja može doći do ispoljavanja različitih zabluda i grešaka: nesistematskog (fizičkog) prebrojavanja mernih jedinica, preklapanja pri fizičkom manipulisanju kada se prebrojavaju merne jedinice ili ostavljaju praznine (tj. delova nepokrivenih mernih jedinica), pogrešnog strukturisanja površi koja se meri, „promenljivom” mernom jedinicom, omaškama u prebrojavanju i dr. (Clements *et al.*, 1997; Clements & Battista, 2001; Outhred & Mitchelmore, 1992). Na primer, većina učenika osnovne škole nema poteškoća da okrije zadate površi jednakim kvadratima (mernom jedinicom) i da prebrojavanjem kvadrata dođe do površine. Međutim, mnogi učenici ipak ne uspevaju da protumače nizove kvadrata (poređanih u redove i kolone) kojima je prekrivena površ da bi došli do površine. Takvi učenici su skloni da koriste formulu za izračunavanje površine bez razmišljanja o smislenosti rešenja koje dobijaju. Klemens i Batista (Clements & Battista, 2001) takođe ukazuju na to da učenici često mešaju pojmove obima i površine figure.

*Merenje zapremine.* Merenje zapremine se uvodi prema istim principima i u istim koracima kao i merenje površine. Mogu se identifikovati nivoi razumevanja po analogiji sa nivoima razumevanja merenja površine. Karakterističan primer za merenje zapremine je zadatak procenjivanja broja konzervi supe koje se mogu staviti na policu za skladištenje, a koji je dizajniran da se ispita koje strategije učenici primenjuju za procenu merenja zapremine pomoću svakodnevnih predmeta (tj. konzervi supe) (Kim *et al.*, 2017: 12).

## 2. PRAĆENJE RAZVOJA GEOMETRIJSKOG MIŠLJENJA U OBRAZOVNOM KONTEKSTU

Istraživanja pokazuju da su postignuća učenika iz oblasti geometrije i merenja slabija nego u drugim oblastima matematike koje su zastupljene u školi (Milinković, Marušić Jablanović & Dabić Boričić, 2017; Outhred & Mitchelmore, 2000; Smith & Barrett, 2017; Stephan & Clements, 2003; Tan-Sisman & Aksu, 2015). Kao osnovni faktori učenja geometrije izdvajaju

se fokusiranje na proceduralna znanja (npr. izračunavanje traženih karakteristika objekata korišćenjem formula umesto razvoja konceptualnog razumevanja) i zanemarivanje razvoja prostornog rezonovanja kroz sagledavanje sličnosti i razlika između objekata i njihovog položaja u prostoru (Huang & Witz, 2013; Tan-Sisman & Aksu, 2015). Na osnovu zaključaka studija može se utvrditi da je razumevanje geometrijskih pojmova kompleksan konstrukt koji obuhvata više elementa koji nisu uvek simultano u fokusu (vizualizaciju, merenje, relacije ili transformacije) (Sinclair *et al.*, 2016). U nastavnom programu iz matematike u Srbiji nekim od tih elemenata poklanjalo se malo ili nimalo pažnje.

Jedan od mogućih indikatora za praćenje nivoa razvijenosti geometrijskog mišljenja predstavlja i postignuće učenika u TIMSS zadacima iz oblasti Merenje i geometrija. U nastavku će biti predstajene osnovne informacije o tome kako je u TIMSS istraživanju definisan okvir za praćenje ove oblasti, kao i kakva su bila dosadašnja postignuća učenika četvrtog razreda osnovne škole u Srbiji u ciklusu TIMSS 2011 i ciklusu TIMSS 2015.

## 2.1. PRAĆENJE POSTIGNUĆA UČENIKA U OBLASTI MERENJE I GEOMETRIJA U TIMSS ISTRAŽIVANJU

Prema referentnom okviru istraživanja TIMSS 2019, oblast Merenje i geometrija obuhvata sledeće sadržaje (Mullis & Martin, 2017):

- (1) merenje i procena dužine (milimetri, centrimetri, metri, kilometri; rešavanje problema koji uključuju dužinu);
- (2) rešavanje problema koji uključuju masu (grami i kilogrami), zapreminu (mililitri i litri) i vreme (minuti i sati);
- (3) rešavanje problema koji uključuju obim mnogouglova, površinu četvorouglova, površinu oblika koji su pokriveni delimično ili u potpunosti kvadratima i zapremina tela popunjena kockama;
- (4) prepoznavanje i crtanje paralelnih i upravnih linija; prepoznavanje i crtanje pravog ugla i uglova koji su manji ili veći od pravog; poređenje uglova po veličini;
- (5) korišćenje osnovnih karakteristika geometrijskih oblika uključujući i simetriju da se opišu, uporede ili nacrtaju obični dvodimenzionalni oblici (krug, trougao, četvorouglovi i drugi mnogouglovi);
- (6) korišćenje osnovnih karakteristika kako bi se opisali i poredili trodimenzionalni oblici (kocka, kvadar, kupa, valjak i lopta), kao i njihovo povezivanje sa dvodimenzionalnim reprezentacijama.

Učenici su u ciklusu TIMSS 2019 imali prilike da odgovaraju na 52 zadatka iz oblasti Merenje i geometrija raspoređenih u 14 različitih svezaka, što je 30% (od čega 15% za geometriju) od ukupnog broja zadataka koji su bili predstavljeni učenicima (Mullis & Martin, 2017). Zadaci su podeljeni i po formi (zadaci višestrukog izbora vs zadaci otvorenog tipa), po međunarodnim referentnim vrednostima (niska – 400 poena, srednja – 475, visoka – 550, napredna – 625), kao i po kognitivnim domenima (znanje, primena i rezonovanje).

Kada su u pitanju kognitivni domeni, okvir za TIMSS istraživanje definiše različita znanja i veštine za svaki od domena (prikazano u Tabeli 2.1, Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan & Preuschoff, 2009; Mullis & Martin, 2017).

**Tabela 2.1:** Prikaz znanja i veština za različite kognitivne domene u oblasti Merenja i geometrija

Kognitivni domen	Potrebna znanja i veštine
Znanje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Priseća se definicije, termina, svojstva geometrijskih objekata; prepoznaje geometrijske oblike i merne jedinice; poznaje njihove podudarnosti;</li> <li>• koristi merne instrumente i bira odgovarajuće merne jedinice;</li> <li>• klasifikuje i grupiše objekte, oblike prema zajedničkim svojstvima; poredi objekte prema svojstvu.</li> </ul>
Primena	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bira odgovarajuću operaciju, metodu ili strategiju za rešavanje problema kada je poznata procedura, algoritam ili metod za rešavanje;</li> <li>• kreira odgovarajući model; razume i koristi skup matematičkih instrukcija (npr. crta objekte i dijagrame po datim pravilima);</li> <li>• rešava uobičajene probleme sa kojima se susretao na času.</li> </ul>
Rezonovanje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prepoznaje, opisuje i koristi veze između podataka ili objekata u matematičkim situacijama i donosi validne zaključke na osnovu datih informacija;</li> <li>• generalizuje određeni zaključak, tako što ga svrstava u širi okvir;</li> <li>• povezuje stečena znanja sa odgovarajućim primerima, povezuje različite matematičke pojmove;</li> <li>• kombinuje matematičke činjenice, koncepte i procedure kako bi došao do rešenja;</li> <li>• obrazlaže matematičke rezultate pozivajući se na poznate rezultate ili svojstva;</li> <li>• rešava probleme i primenjuje matematičke činjenice, koncepte i procedure u matematičkom ili realnom kontekstu u situacijama koje nisu unapred poznate.</li> </ul>

## 2.2. POSTIGNUĆE UČENIKA IZ SRBIJE U PRETHODNIM TIMSS CIKLUSIMA

Uspeh ostvaren u ciklusu TIMSS 2015 u oblasti Merenje i geometrija je ocenjen kao naslabiji u matematici (Milinković *et al.*, 2017). „Rezultati ostvareni u oblasti Merenja i geometrije su obe godine (2011. i 2015.) značajno lošiji u odnosu na ukupne matematičke

proseke. Ostvarenih 497 poena, 2011. godine bilo je za 19 poena niže od proseka, dok je 2015. godine ostvarenih 503 poena za 15 poena niže od proseka" (Ibid). Pozitivno je što su učenici uspešno rešavali zadatke pomoću kojih se ispituje poznavanje površine pravougaonika i kvadrata i poređenje figure. Međutim, zadatke crtanja i prepoznavanja vrsta uglova uspešno je rešilo samo oko dve petine učenika, a ove oblasti su zastupljene u nastavnom programu. Detaljnija analiza grešaka pokazala je da više od četvrtine učenika ne preprepoznaje pojam paralelnosti ako su posmatrane linije deo zadate figure. Slično, učenici imaju teškoću da razlikuju vrste uglova, kada su date kao deo figure, a manje od trećine učenika uspeva da tačno nacрта i obeleži tup ugao (Milinković *et al.*, 2017).

U ciklusu TIMSS 2015 učenici iz Srbije su bili relativno uspešni u rešavanju nekih zadataka čiji sadržaji nisu deo plana i programa nastave i učenja. Na primer, više od trećine učenika je uspeo da reši zadatke u kojima se pominju termini „osa simetrije” ili „osna simetrija”, dok je više od polovine uspešno rešilo zadatke u kojima su se slični sadržaji pojavljivali ali nije bila upotrebljena matematička terminologija (Milinković *et al.*, 2017).

Konzistentno loši rezultati koje učenici iz naše zemlje ostvaruju u zadacima iz geometrije u prethodnim ciklusima TIMSS istraživanja ukazuju na to da je detaljno praćenje postignuća učenika u ovoj oblasti neophodno kako bismo uvideli koji se izazovi i greške pojavljuju kod učenika tokom rešavanja zadataka i u ciklusu TIMSS 2019. U ovom istraživanju će u fokusu biti zadaci iz domena Geometrija i povezanih tema iz (geometrijskog) merenja (određivanje i/ili procena dužine, obima, površine i zapremine).<sup>3</sup>

Postavljena su sledeća istraživačka pitanja.

- ◆ Pitanje 1: Da li postoji značajna razlika u procentu tačnih odgovora u zavisnosti od sadržaja i forme zadatka, kognitivnog nivoa, zastupljenosti u kurikulumu?
- ◆ Pitanje 2: Koje su tipične greške kod učenika četvrtog razreda osnovne škole u oblasti geometrije i geometrijskog merenja u okviru TIMSS 2019 ciklusa?
- ◆ Pitanje 3: Da li postoji značajna razlika između postignuća učenika iz naše zemlje u ciklusu TIMSS 2019 naspram TIMSS 2015 ciklusa?
- ◆ Pitanje 4: Postoji li statistički značajna razlika između međunarodnog proseka i postignuća učenika iz Srbije u TIMSS 2019 ciklusu kada se razmatraju zadaci iz geometrije i geometrijskog merenja?<sup>4</sup>

3 Zadaci koji su se odnosili na druge dimenzije merenja (vreme, masa ili zapremina tečnosti) će biti izostavljeni zbog obima analiza koje će biti prikazane u radu, kao i konceptualne nepovezanosti sa oblašću geometrije.

4 Međunarodni prosek je obuhvatao samo postignuća učenika iz 17 zemalja i regiona koje su u ciklusu TIMSS 2019 organizovale testiranje učenika na papirnoj formi testa: Jermenija, Australija, Azerbejdžan, Bahrein, Belgija (flamanski deo), Bugarska, Kipar, Islamska Republika Iran, Irska, Japan, Kazahstan, Letonija, Novi Zeland, Severna Irska, Oman, Poljska i Srbija. Zbog velikog variranja efekta modaliteta prezentacije zadatka (papir vs. eTIMSS) na nivou pojedinačnih primera, nije bilo moguće uključiti i ostale zemlje koje su učestvovalе u ovom ciklusu.

### 3. METODOLOGIJA

*Uzorak.* Uzorak za analizu ostvarenog kurikuluma u ovom radu čine odgovori učenika na 42 zadatka koji se odnose na geometriju i geometrijsko merenje.<sup>5</sup> Prosečan broj odgovora učenika po zadatku bio je 623,6 (SD=7,28) (Fishbein, Foy & Tyack, 2020). Zadaci su grupisani u šest podoblasti definisanih u Upitniku za učitelje kao teme koje se obrađuju u 4. razredu osnovne škole ili pre njega:

- (a) Rešavanje problema o dužini, uključujući merenje i procene (10 zadataka).
- (b) Određivanje i procenjivanje površine, obima i zapremine (5 zadataka).
- (c) Osnovne odlike prostih geometrijskih oblika (6 zadataka).
- (d) Paralelne i upravne linije (6 zadataka).
- (e) Poređenje i crtanje uglova (5 zadataka).
- (f) Trodimenzionalni oblici, uključujući vezu sa njihovim dvodimenzionalnim reprezentacijama (10 zadataka).

Sadržaj odgovora za zadatke otvorenog tipa praćen je u 30 svezaka po zadatku u kojima su zabeležene šifre koje odražavaju netačan ili nepotpun odgovor. U ciklusu TIMSS 2019 dozvoljeno je da se prikažu direktno zadaci iz blokova MP02 i MP06 (sveske 1 i 2, odnosno 5 i 6). Za prikaz ostalih zadataka smo koristili opise koji su dostupni u dva dokumenta u okviru TIMSS 2019 baze.

*Analiza.* Procenat tačnih odgovora je praćen u odnosu na: (1) podoblasti iz sadržinskog domena *Geometrija i Geometrijsko merenje*; (2) forme zadatka (zadaci višestrukog tipa odgovora vs. zadaci otvorenog tipa odgovora); (3) zastupljenost zadataka u kurikulumu; (4) kognitivni domen (znanje, primena, rezonovanje). Dodatno su rezultati na nivou procenta tačnih odgovora u ciklusu TIMSS 2019 upoređeni sa međunarodnim prosekom i postignućem učenika iz Srbije u ciklusu TIMSS 2015 koji su bili ponovljeni u oba ciklusa. U analizi podataka korišćeni su sledeći postupci: deskriptivna statistička analiza, jednofaktorska i dvofaktorska analiza varijanse (ANOVA), *t* test za ponovljena merenja i *t* test deo–celina u programu SPSS Statistics 20.

Za *t* test deo–celina korišćena je sledeća formula, preuzeta iz Neidorf, Arora, Erberber, Tsokodayi & Mai, 2020:

$$t = \frac{(est_j - est_i)}{\sqrt{(se_i^2 + (1-p) se_j^2)}}$$

<sup>5</sup> Informacije o karakteristikama zadataka (opis forme, sadržaja) kognitivni domeni, međunarodne referentne vrednosti i sl.) su dostupne na <https://timss2019.org/international-database/> i na <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/methods/chapter-15.html>

Ova vrsta analize je sprovedena kako bi se uzelo u obzir da u međunarodni prosek ulaze i podaci za Srbiju. Kvalitativna analiza bila je usmerena na praćenje sadržaja odgovora i definisanje tipičnih grešaka, kao i strategije rešavanja zadataka u odnosu na teorijske postavke.

## 4. REZULTATI

### 4.1. PITANJE 1: DA LI POSTOJI ZNAČAJNA RAZLIKA U PROCENTU TAČNIH ODGOVORA U ZAVISNOSTI OD SADRŽAJA I FORME ZADATKA, KOGNITIVNOG NIVOA, ZASTUPLJENOSTI U KURIKULUMU?

Prosečna tačnost zadataka iznosila je 39,93% (SD=15,22). Jednofaktorska analiza varijanse pokazala je da nije bilo značajnih razlika na nivou podoblasti. Kada je u pitanju forma zadatka, učenici su bili značajno bolji ( $t(24)=3,890$ ;  $p<0.001$ ) u zadacima višestrukog izbora (N=19; AS=48,6%; SD=11,8), u poređenju sa zadacima otvorenog tipa (N=23; AS=32,8%; SD=14,1). Suprotno tome, nije bilo značajne razlike u tačnosti između zadataka koji su tipski prisutni u nastavi matematike u Srbiji i onih koji nisu. Jednofaktorska analiza varijanse, u odnosu na kognitivne domene, pokazala je da nema statistički značajnih razlika u prosečnoj tačnosti po različitim domenima.

### 4.2. PITANJE 2: KOJE SU TIPIČNE GREŠKE KOD UČENIKA ČETVRTOG RAZREDA OSNOVNE ŠKOLE U OBLASTI GEOMETRIJE I GEOMETRIJSKOG MERENJA U OKVIRU TIMSS 2019 CIKLUSA?

U nastavku teksta prikazan je detaljan opis postignuća učenika za svaki zadatak pojedinačno iz svake podoblasti i teme u okviru njih (v. Tabelu 4.2).

**Tabela 4.2:** Prikaz rezultata za pojedinačne zadatke iz geometrije i geometrijskog merenja u ciklusu TIMSS 2019

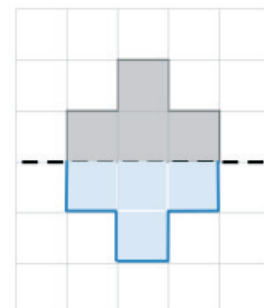
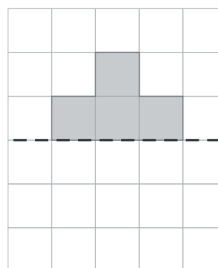
Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Osnovne odlike prostih geometrijskih oblika</b>	<b>Prepoznavanje, klasifikovanje i poređenje geometrijskih figura i tela</b>	Trećina četvrtaka (32,6%) iz Srbije uspešno je rešila zadatak identifikovanja osobina dva petougla (MP71178). Pri tome je 72% učenika uspešno identifikovalo jedno od svojstava.
<i>Prosek za Srbiju</i> 33,98%	<i>Prosek za Srbiju</i>	Međutim, isti tip zadatka (MP71179), u kome su učenici utvrđivali da li dati četvorouglovi (pravougaonik i romb) imaju zadata svojstva, u potpunosti je tačno rešilo samo 12,3% učenika, naspram 21,4% na međunarodnom nivou.
<i>Međunarodni prosek</i> 43,18%	24,8%	Jedno od mogućih objašnjenja je da kod učenika nije uspostavljena veza između pojmovnog i slikovnog sagledavanja značenja geometrijskog pojma (videti više u 1.1. Geometrijsko mišljenje uvodnom delu).
	<i>Međunarodni prosek</i> 38,36%	



Podoblast	Tema	Postignuće učenika
		U zadatku (MP51502), u kome je traženo da se na osnovu ponuđenih uslova zaključi koje svojstvo je bilo osnova za razvrstavanje oblika, učenici iz Srbije su bili na nivou međunarodnog proseka (30,3%), dok je Japan ostvario tačnost od 50,8%.
<b>Osnovne odlike prostih geometrijskih oblika</b>	<b>Korišćenje elementarnih svojstva geometrijskih oblika i figura, uključujući osnu simetriju i rotaciju za crtanje oblika i figura</b> <i>Prosek za Srbiju 43,17%</i> <i>Međunarodni prosek 56,93%</i>	<p>Oсна симетрија и ротација нису део старог наставног програма по коме су подучавни учесници испитивања. Ипак, више од половине (58,3%) ученика успешно је нацртало фигуру симетричну датој у односу на дату осу симетрије (међународни просек је 77,1%) у задатку MP71119 (приказан на слици 4.1. у наставку). Овај задатак није покушао да уради 12,5% ученика. Осим изузетака, већина ученика је користила квадратну мрежу приликом цртања. Чини се да је ученицима интуитивно позната идеја симетрије. Типична погрешна решења били су цртежи допуне задате фигуре произвољним обликом нацртаним или са исте стране осе симетрије или са супротне у односу на дату облик (56,6% погрешних одговора).</p> <p>Задатак препознавања облика који има задана својства, од којих је једно било симетричност (MP51207), у потпуности је тачно решио 33,4%, док је 34,8% занемарило један од датих услова. Могуће је да је неразумевanje терминологије допринело слабијим резултатима.</p> <p>Задатак допуњавања фигуре у квадратној мрежи тако да задовољи више датих услова успешно је урадило 37,8% ученика (MP71177). Цртеж у коме је занемарен један од задатих услова урадило 27,1% ученика. Најчешће су занемаривали захтев колико страница треба да има облик који цртају. Шестина ученика (16,5%) није ни покушала да реши овај задатак.</p>

**Slika 4.1:** Prikaz zadatka MP71119 i šema za ocenjivanje

Заврши ову фигуру тако да испрекидана линија буде оса симетрије.

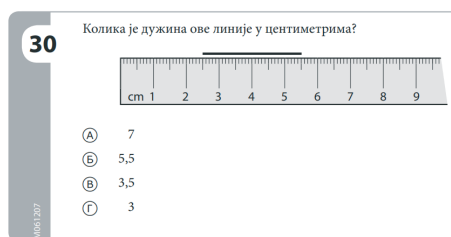
**79 Netačni odgovori**

Svi ostali netačni odgovori uključujući prekrížene, obrisane, žvrljotine, nečitke odgovore, ili odgovori koji nisu u skladu sa zadatkom)

**99 Bez odgovora**

Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Rešavanje problema o dužini, uključujući merenje i procene</b>	<b>Merenje dužine</b>	Oko polovine učenika umelo je da odgovarajućim izrazom predstavi realističnu situaciju merenja dužine (broj koraka koji određuje dužinu i širinu učionice) i izračuna vrednost izraza koji uključuje množenje sa brojem koraka i deljenja date dužine (zadatak MP71075).
	<i>Prosek za Srbiju</i>	42,45%
	<i>Međunarodni prosek</i>	38,65%
<i>Prosek za Srbiju</i>		Blizu polovine učenika (46,3%) umelo je da pročita dužinu duži čija se početna i krajnja tačka nalaze na polovini rastojanja između brojeva označenih na lenjiru (videti Sliku 4.2. za zadatak MP61207).
<i>42,38%</i>		Oko šestine učenika se fokusirala samo na krajnju tačku duži, zanemarujući poziciju u odnosu na lenjir (početna tačka duži nije bila na nuli). Nešto više od četvrtine učenika je uočilo da se početna (2,5) i krajnja (5,5) tačka nalaze između brojeva napisanih na lenjiru, što su možda protumačili kao i da rešenje treba da bude decimalni broj.
<i>Međunarodni prosek</i>		42,94%

Slika 4.2: Zadatak MP61207

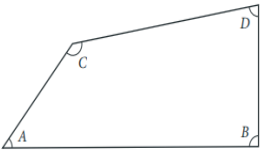


Sličan zadatak (MP51217), u kome je trebalo pročitati dužinu objekta čija je početna tačka postavljena na polovini rastojanja između dva broja na lenjiru (polovina centrima), tačno je rešilo 28,9% učenika. Za razliku od prethodnog zadatka, koji je bio zadatak višestrukog izbora, ovaj zadatak bio je otvorenog tipa, što je očigledno bio otežavajući faktor za učenike. U uzorku pregledanih svezaka koje su sadržale netačne odgovore trećina učenika je upisala vrednost 3,5 umesto tačnog odgovora 3. Ovo je sličan tip greške kao i u zadatku višestrukog izbora, gde su učenici verovatno bili zbunjeni time što je linija počinjala na polovini centimetra. Među tačnim odgovorima iz kolekcije svezaka koje su predstavljale uzorak samo je putem oduzimajući od broja koji odgovara krajnjoj tački broj koji odgovara početnoj tački.

Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Rešavanje problema o dužini, uključujući merenje i procene</b>	<b>Merenje i izračunavanje obima</b>	Zadatak primene (MP51427) u kome je trebalo pročitati dužinu stranice jednakostraničnog trougla na lenjiru i odrediti obim trougla uspešno je rešilo 41,2% učenika.
	<i>Prosek za Srbiju 36,55%</i> <i>Međunarodni prosek 38,36%</i>	Pojam obima se u školama u našoj zemlji ne razmatra na opštem nivou, već na pojedinačnim slučajevima geometrijskih figura. Ipak, relativno veliki broj učenika (42,4%) uspeo je da odredi obim nepoznate geometrijske figure.  Učenici iz naše zemlje bili su na nivou međunarodnog proseka (37,8%) u zadatku rezonovanja (MP71184) u kome je na osnovu poznatih podataka trebalo odrediti dužinu stranice na šestougaoj figuri. Sa druge strane, zadatak rezonovanja (MP71181) u kome je trebalo nacrtati u kvadratnoj mreži pravougaonik zadanog obima uspešno je rešila samo četvrtina učenika (24,8%). Tipična greška bila je posledica mešanja pojma obima i površine, dok 20,1% nije ni pokušao da reši ovaj zadatak. Međunarodni prosek od 36% govori o činjenici da učenicima generalno ovakav zadatak nije lak, ili da ne spada u često zadavan tip zadataka. Možemo pretpostaviti da bi sličan zahtev iz realnog života bio bolje urađen.
	<b>Procena dužine</b>	Okolo polovine četvrtaka umelo je tačno da proceni visinu objekta u odnosu na datu visinu drugog objekta (MP71068). Zadatak u kome je trebalo proceniti ukupnu dužinu objekta na osnovu dužine njegovog dela tačno je uradilo 58,1% učenika (MP71070). Još jedan zadatak u realnom kontekstu procenjivanja dužine jednog objekta na osnovu dužine drugog objekta tačno je rešilo 43,1% (MP71071). Iako su u ovoj temi svi zadaci bili zadaci višestrukog izbora, nijedan od njih nije rešilo više od 60% učenika. Iz primera pogrešnog izbora možemo da zaključimo da je kod učenika nedovoljno razvijeno proporcionalno rezonovanje, odnosno da ne razumeju odnos dela i celine.
	<i>Prosek za Srbiju 50,07%</i> <i>Međunarodni prosek 54,13%</i>	

Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Određivanje i procenjivanje površine, obima i zapremine</b>	<b>Izračunavanje površine kvadrata i pravougaonika</b>	Nešto više od polovine učenika (52,8%) rešilo je zadatak izračunavanja površine pravougaonika na osnovu zadanih dimenzija (MP51102). Međutim, čak 28,9% učenika je samo sabralo dva zadana merna broja. Takvo pogrešno rešenje može biti posledica elementarnog nepoznavanja pojma površine ili niži stepen razvijenosti čitalačke pismenosti. Ako pogledamo rezultate drugih zemalja videćemo da je uspeh blizak međunarodnom proseku, ali je 81% japanskih učenika bilo uspešno, ili iz nama susedne zemlje – 72% učenika iz Bugarske nije pogrešilo u ovom zadatku.
	<i>Prosek za Srbiju</i> 46,95% <i>Međunarodni prosek</i> 50,25%	U zadatku višestrukog izbora (MP71094) kojim se određuje površina pravougaonika zadatog na kvadratnoj mreži pod uglom (dijagonalno) do rešenja su učenici mogli da dođu razlaganjem i dopunom do potpunog prekrivanja figure, a uspešno ga je rešilo 41,1% četvrtaka. Merna jedinica u ovom zadatku bio je kvadrat u kvadratnoj mreži. Učenici koji nisu uspešno rešili zadatak pravili su dve vrste grešaka. Jedni su podrazumevali da se kvadrati na mreži koji su delimično pokriveni figurom računaju kao cela jedinica, što je uslovalo dobijanje površine veće od tačne (22,5%). Drugi su imali suprotnu strategiju, te su dobili nižu vrednost od tačne, odbacujući kvadrate koji su delimično pokriveni (19,8%).
	<b>Izračunavanje površine i zapremine geometrijskih tela</b>	Manje od polovine učenika je uspelo da u zadatku (MP51533) u realnom kontekstu popunjavanja police knjigama odredi koliko se modela oblika kvadra može smestiti u veću kutiju istog oblika (40,1%). Bilo je potrebno pokazati razumevanje postupka određivanja zapremine pomoću zadate jedinice mere.
	<i>Prosek za Srbiju</i> 24,13% <i>Međunarodni prosek</i> 27,86%	Drugi zadatak iz kognitivnog domena rezonovanja o zapremini tela (MP71098) uradilo je uspešno samo 15,9% četvrtaka. Zahtev je bio da se odredi broj jediničnih kocki potrebnih da se dopuni kvadar. Još jedan broj učenika (4,4%) je umeo da odredi zapreminu, ali ne i da obrazloži odgovor. Delimično tačno rešenje uz obrazloženja je dalo 20,1% učenika. Oni su uspešno koristili formulu za zapreminu ali nisu uzeli u obzir neke uslove zadatka zbog čega su na kraju dobili netačan rezultat. Obrazloženje je po pravilu sadržalo opis načina na koji su iskoristili formulu za zapreminu kvadra. Osim izuzetaka, učenici su pokušavali da opišu postupak (bio on pogrešan ili ispravan). Neki učenici su pokušavali da dođu do odgovora bez korišćenja formule, vizuelnim sagledavanjem (zamišljanjem, odnosno prebrojavanjem). Ovaj zadatak nije ni pokušalo da reši 12,1% učenika.
		Tekstualni zadatak (MP71067) u realnom kontekstu o broju potrebnih polica za smeštanje novih knjiga, koji se rešava u više koraka primenom množenja i deljenja sa ostatkom, rešilo je tačno 16,4%. Pritom, još je 7,8% učenika nije napravilo računsku grešku, ali je dalo netačan konačan odgovor zbog zanemarivanja realnog konteksta i značenja „ostatka pri deljenju” u tom kontekstu.


Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Upravne i paralelne linije</b> <i>Prosek za Srbiju (42,03%)</i> <i>Međunarodni prosek (42,31%)</i>	<b>Prepoznavanje upravnih i paralelnih pravih</b> <i>Prosek za Srbiju 46,6%</i> <i>Međunarodni prosek 51,8%</i>	<p>Pojmovi paralelnost i normalnost pravih bili su proveravani zadacima sa realističnim kontekstom (na mapi grada) i zadacima crtanja pravih u kvadratnoj mreži. U jednom od zadataka (MP51216A) blizu polovine učenika (46,8%) ispravno je prepoznalo koje su ulice paralelne, ali je više od trećine učenika (36,5%) označilo ulice koje se seku umesto ulica koje su paralelne jedna drugoj. Možemo pretpostaviti da učenici mešaju ove termine ili nepažljivo čitaju tekst zadatka.</p> <p>Učenici su bili uspešniji u slučaju prepoznavanja ulica upravnih jedne na drugu (MP51216B), te je blizu tri četvrtine učenika (72,4%) zaokružilo tačan odgovor u zadatku višestrukog izbora.</p> <p>Vrlo mali broj dece (samo 20%) je umeo u jednom od zadataka da označi paralelne stranice na trapezu (MP61080). Moguće da je to posledica činjenice da su se učenici iz naše zemlje bavili pojmom paralelnih linija u trećem razredu, a pravougaonikom i kvadratom (kod kojih postoje dva para paralelnih stranica) u četvrtom razredu te se kod učenika stvara zabluda da samo za takve četvorouglove važi pravilo da su naspramne stranice paralelne.</p>
	<b>Crtanje paralelnih i normalnih pravih</b> <i>Prosek za Srbiju 37,47%</i> <i>Međunarodni prosek 32,88%</i>	<p>Veliki broj učenika (30%) nije uspešno rešio zadatak crtanja linije slobodnom rukom paralelne datoj pravoj kroz datu tačku na kvadratnoj mreži (MP71211). Još veći procenat pogrešnih rešenja (48,7%) bio je u zadatku u kome su učenici crtali slobodnom rukom pravu paralelnu na zadatu u kvadratnoj mreži uz dodatne uslove. U vezi sa ovim zadatkom, učenici iz Srbije su sa 30,6% uspešnosti malo iznad međunarodnog proseka (28,8%) ali ipak daleko od 69% koliko je učenika iz Japana tačno rešilo zadatak (MP61081A). U ovakvim zadacima bio je očigledan nedostatak iskustva učenika u crtanju slobodnom rukom.</p> <p>Samo 28,9% učenika je uspešno nacrtalo pravu normalnu na datu pravu kroz zadatu tačku (MP61081B). Ovakav je (ne)uspeh na nivou internacionalnog proseka.</p>

Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Poređenje i crtanje uglova</b> <i>Prosek za Srbiju 31,04%, Međunarodni prosek 46,26%</i>	<b>Upoređivanje uglova po veličini (oštar, prav, tup)</b> <i>Prosek za Srbiju 33,83% Međunarodni prosek 53,3%</i>	<p>Zadaci iz ove podoblasti predstavljaju grupu najslabije urađenih zadataka. U svim navedenim zadacima učenici iz naše zemlje bili su značajno ispod međunarodnog proseka. Naime, veliku teškoću je predstavljalo prepoznavanje pravih, oštih i tupih uglova u „netipičnim situacijama“ u kojima se ne posmatraju trouglovi, već npr. proizvoljni mnogougao ili otvorena izlomljena linija. Prosečno je samo trećina učenika (37,45%) uspešno rešila zadatak koji je sadržao ovaj zahtev (MP61095).</p> <p>U jednom od njih trebalo je prepoznati figuru koja ima prav ugao (MP51224). Samo je 44,9% učenika tačno odgovorilo što je značajno ispod internacionalnog proseka (63,9%). Jedno potencijalno objašnjenje ovog rezultata može da bude da su im tri od četiri geometrijske figure bile nepoznate, pa su u 31,5% slučajeva obeležili figuru koju poznaju iako kod nje nijedan ugao nije bio prav.</p> <p>Najslabije urađen zadatak naprednog nivoa iz ove teme se odnosio na prepoznavanje oštih uglova kod nepravilnog četvorougla (19,1%), dok je međunarodni prosek 44,8% (MP61236, videti Sliku 4.3.). Samo jedan od ukupno dva oštra ugla je identifikovalo 38,6%, pri čemu je samo ugao A identifikovalo 31,2% učenika, a samo ugao D – 7,4%. Očigledno je ugao A za učenike prototipčni primer oštrog ugla, dok to nije slučaj sa uglom D.</p>
<b>Slika 4.3: Prikaz zadatka MP61236 i šema za ocenjivanje</b>		
<p>A, B, C и D су углови у овој фигури.</p>  <p>Која два угла су мања од правог угла?</p> <p>Одговор: _____ и _____</p>		
<p><b>10 Tačni odgovori</b> A i D</p> <p><b>Netačni odgovori</b> <b>70 Samo A tačno</b> <b>71 Samo D tačno</b> <b>79 Svi ostali netačni odgovori</b> (uključujući prekrizene, obrisane, žvrljotine, nečitke odgovore, ili odgovori koji nisu u skladu sa zadatkom)</p> <p><b>99 Bez odgovora</b></p>		
<b>Crtranje uglova</b> <i>Prosek za Srbiju 26,85% Međunarodni prosek 35,7%</i>		<p>U oba zadatka crtanja uglova bio je dat jedan krak ugla. Oko trećine učenika (39,6%) je rešilo zadatak crtanja ugla manjeg od pravog (MP51079). Samo 14,1% učenika umelo je da nacrtat tup ugao u kvadratnoj mreži, dok je međunarodni prosek u ovom zadatku bio 28% (MP61224). Još 9% četvrtaka umelo je da nacrtat tup ugao, ali je pogrešno izabralo teme ugla, čime je zanemarilo jedan od uslova zadatka.</p>


Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Trodimenzi- onalni oblici, uključujući vezu sa njho- vim dvodimen- zionalnim re- prezentacijama</b>	<b>Opis izgleda 3D oblika</b>	Učenici iz Srbije detaljnije upoznaju svojstva kocke i kvadra u nižim razredima osnovne škole, ali se u prvom razredu bave klasifikacijom i drugih geometrijskih tela čije se osobine inače ne analiziraju detaljno u školi (piramida, valjak, kupa, lopta). Oko dve trećine učenika (67,7%) ume da uoči iz kojih oblika se sastoji telo (MP51221). Međutim, u zadatku MP61266 (v. Sliku 4.4), kada su postavljeni zahtevi bili kompleksniji, samo 25% učenika je uspeo da odgovori tačno za sve ponuđene figure. Veći deo njih je napravio istu grešku jer su za jednu figuru (17,5%) ili više oblika (50,7%) prebrojavali koliko strana ima telo ne obraćajući dovoljno pažnje na formulaciju pitanja.
<i>Prosek za Srbiju</i>	<i>Prosek za Srbiju</i>	
47,58%	53,36%	
<i>Međunarodni</i>	<i>Međunarodni</i>	
<i>prosek</i>	<i>prosek</i>	
49,57%	55,44%	

Slika 4.4: Prikaz zadatka MP61266 i šema za ocenjivanje



Ђорђе има више оваквих плоча облика троугла и квадрата од којих се могу направити тродимензионални облици.



Ђорђе прави сваки од доле приказаних облика.  
Попуни табелу. Први ред је урађен уместо тебе.

Тродимензионални облик	Број троуглова	Број квадрата
	4	1
		

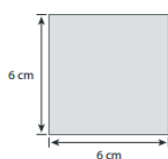
**10 Тачни одговори**  
5 одговора таčno урађено  
**79 Нetaчни одговори**  
Више од 3 одговора нetaчно (укључујући прекрштене, обрисане, ђвртјотине, нечитке одговоре, или одговори који нису у складу са задатком)  
**99 Без одговора**

Тродимензионални облик	Број троуглова	Број квадрата
	4	1
	4	0

Више од половине učenika (58,03%) uspešno je uradilo zadatke određivanja „pogleda odgore” za dato složeno telo, odnosno prepoznavanja dvodimenzionalnog oblika u trodimenzionalnoj figuri (MP51211, MP61269, MP61077). Učenici su u ovim zadacima bili na nivou međunarodnog proseka (60,63%).

Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Trodimenzi- onalni oblici, uključujući vezu sa njiho- vim dvodimen- zionalnim re- prezentacijama</b>	<b>„Tangram“</b> <i>Prosek za Srbiju</i> 36,6% <i>Međunarodni</i> <i>prosek</i> 40,6%	U ovoj grupi su zadaci zasnovani na ideji tangrama, odnosno rastavljanja ili sastavljanja figura. Ovakvi zadaci ne predstavljaju obavezan sadržaj u udžbenicima u našoj zemlji jer nisu naglašeni u programu prema kome su radili učenici koji su učestvovali u studiji TIMSS 2019. Stoga, možemo pretpostaviti da učenici nisu imali prethodna iskustva u rešavanju ovakvih zadataka. U zadatku iz kognitivnog domena Znanje (MP71117) 52,7% učenika je uspešno prepoznalo par oblika čijim spajanje se pravi pravougaonik.

Slika 4.5: Prikaz zadatka MP71151 i šema za ocenjivanje



Горњи квадрат се може направити спајањем мањих облика.

Заврши табелу уписујући број облика који су потребни да би се прекрио цео квадрат.

Облик	Потребан број да се прекрије горњи квадрат

**20 Tačni odgovori**

Sva tri dela tačno urađena

**10 Delimično tačni odgovori**

Bilo koja dva dela tačno urađena

Netačni odgovori

**79 Jedan ili više delova netačno****99 Bez odgovora**

Облик	Потребан број да се прекрије горњи квадрат

U nešto kompleksnijem zadatku iz domena Primena (v. Sliku 4.5, MP71151) oko četvrtine učenika je u potpunosti (20,4%) ili delimično tačno (6,35%) uradila zadatak u kome je trebalo odrediti broj potrebnih delova određenog oblika da se sastavi (prekrije) zadata figura. Oko petine učenika nije ni pokušalo da reši ovaj zadatak.

Učenici su pokazali tri vrste strategija/zabluda koje su dovele do pogrešnih odgovora. Jedna vrsta grešaka proističe iz strategije preko koje su se oslanjali na percepciju oblika, ne obraćajući pažnju na date dimenzije. Ovo je uslovalo na primer da navedu da je potrebno 4 pravougaonika za formiranje kvadrata u prvom delu zadatka. Druga grupa grešaka pokazuje da učenici smatraju da je moguće sastaviti kvadrat od dva kvadrata ili od tri trougla, što ukazuje na nerazumevanje koncepta merenja površine. Na kraju, strategija koju su koristili oni koji su pogrešili u svim delovima zadatka upućuje na potpuno nerazumevanje teksta zadatka jer im je rešenje sadržalo i mernu jedinicu (što je besmisleno za dati zadatak).

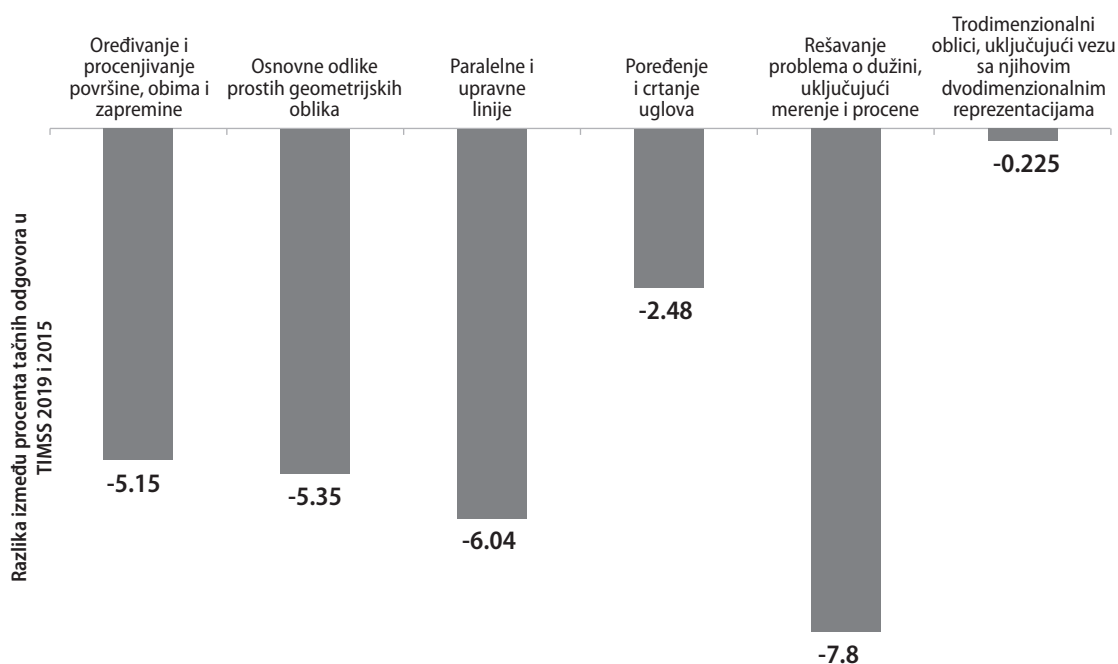


Podoblast	Tema	Postignuće učenika
<b>Trodimenzi- onalni oblici, uključujući vezu sa njho- vim dvodimen- zionalnim re- prezentacijama</b>	<b>Mreže tela</b> <i>Prosek za Srbiju</i> 45,3% <i>Međunarodni</i> <i>prosek</i> 45,8%	Ovu grupu zadataka iz domena Rezonovanje uspešno je u proseku uradila skoro polovina učenika (45,3%) nezavisno od toga da li je pitanje sadržalo njima poznato geometrijsko telo ili ne. U zadatku u kojem su morali da povežu model mreže sa opisanim objektom 34% učenika je dalo tačan odgovor (MP51115). Zadatak u kome je trebalo uspostaviti vezu između određene strane na modelu kocke i njene mreže (MP61076) uspešno je uradilo 50,7% učenika. Učenici koji nisu tačno rešili zadatak po pravilu su obeležavali sve strane odnosno prazna polja mreže (53,3%) ili su markirali granicu mreže. Na kraju, zadatak koji se odnosio na povezivanje mreže sa šestougaoim objektom uspešno je (MP61108) uradilo 51,20% četvrtaka. Iz pogrešnih odgovora učenika možemo da vidimo da je najčešći izazov za njih predstavljalo povezivanje gornje i donje stranice na objektu sa pozicijom u mreži.

#### 4.3. PITANJE 3: DA LI POSTOJI ZNAČAJNA RAZLIKA IZMEĐU POSTIGNUĆA KOD NAŠIH UČENIKA U TIMSS 2019 CIKLUSU NASPRAM TIMSS 2015 CIKLUSA?

U ciklusu TIMSS 2019 bilo je ponovljeno 25 zadataka iz ciklusa TIMSS 2015 u oblasti Geometrija i geometrijsko merenje. T test za zavisne uzorke je pokazao značajan efekat ciklusa ( $t(24)=3,987$ ;  $p<0,001$ ), pri čemu je ostvaren viši prosek procenta tačnih odgovora u ispitivanju TIMSS 2015 ( $AS=44,73$ ;  $SD=14,79$ ) u odnosu na ciklus TIMSS 2019 ( $AS=41,18$ ;  $SD=15,30$ ). Razlika u procentu tačnih odgovora između podoblasti bila je najniža za podoblast Trodimenzionalni oblici, uključujući vezu sa njihovim dvodimenzionalnim reprezentacijama, a najviša za podoblasti Paralelne i upravne linije i Rešavanje problema o dužini, uključujući merenje i procene (videti Figuru 4.3).

**Figura 4.3:** Razlika u procentu tačnih odgovora između ciklusa TIMSS 2019 i TIMSS 2015 ciklusa po različitim podoblastima (znak minus označava da je ostvaren viši procenat tačnih odgovora na nivou TIMSS 2015 ciklusa)



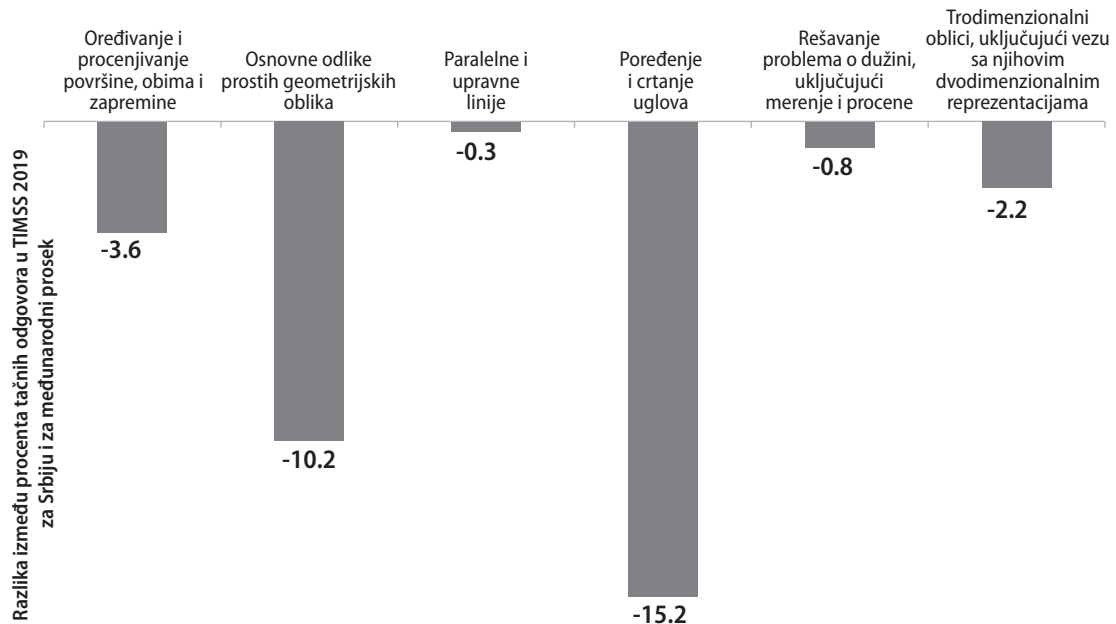
U okviru podoblasti Rešavanje problema o dužini, uključujući merenje i procene najveći izazov za učenike u ciklusu TIMSS 2019 predstavljali su zadaci koji se odnose na određivanje dužine linije pomoću lenjira ( $MP61207_{TIMSS2019}$ : 46,3% vs.  $MP61207_{TIMSS2015}$ : 56%).

U oblasti Paralelne i upravne linije učenici su više grešili u zadacima koji su obuhvatali koncept paralelnosti u odnosu na normalnost dve prave. Imali su značajno niži procenat tačnih odgovora u odnosu na ciklus TIMSS 2015 kod zadatka u kojem se tražilo da obeleže paralelne linije u realističnoj problemskoj situaciji ( $MP51216A_{TIMSS2019}$ : 46,8% vs.  $MP51216A_{TIMSS2015}$ : 59,2%). U drugom primeru, u kojem se videlo da učenici nisu usvojili pojam paralelnosti čak ni na nivou kognitivnog domena znanja, traženo je da se obeleže paralelne stranice date geometrijske figure ( $MP51216A_{TIMSS2019}$ : 20,6% vs.  $MP51216A_{TIMSS2015}$ : 37,4%).

#### 4.4. ANALIZA RAZLIKA IZMEĐU POSTIGNUĆA ZA SRBIJU I MEĐUNARODNOG PROSEKA U CIKLUSU TIMSS2019

Srbija je ostvarila sličan procenat tačnih odgovora u oblastima geometrije i geometrijskog merenja ( $AS=39,93$ ;  $SD=15,22$ ) u odnosu na međunarodni prosek ( $AS=44,2$ ;  $SD=15,03$ ). T test deo–celina pokazao je da ova razlika nije bila statistički značajna. Na nivou pojedinačnih podoblasti najveća razlika zabeležana je za podoblast Poređenje i crtanje uglova ( $AS=-15,22$ ;  $SD=8$ , videti Figuru 4.4.).

**Figura 4.4:** Prikaz razlike između procenta tačnih odgovora učenika iz Srbije i međunarodnog proseka u TIMSS 2019 istraživanju (znak minus označava da je ostvaren viši procenat na nivou međunarodnog proseka)



## 5. DISKUSIJA REZULTATA

Rezultati analize procenata tačnih odgovora za zadatke iz geometrije i geometrijskog merenja za ciklus TIMSS 2019 ukazuju na niz značajnih tačaka za dalja razmatranja o strategijama za unapređivanje nastave u četvrtom razredu osnovne škole iz ovih oblasti.

Prvo, u proseku je dve petine učenika uspešno rešilo zadatke iz geometrije i geometrijskog merenja. Iako razlika među oblastima nije bila statistički značajna, istakli bismo teme koje su bile posebno izazovne za učenike iz naše zemlje: *Prepoznavanje, klasifikovanje i poređenje geometrijskih figura i tela; Korišćenje elementarnih svojstva geometrijskih oblika i figura, uključujući osnu simetriju i rotaciju za crtanje oblika i figura; Izračunavanje površine i zapremine geometrijskih tela; Upoređivanje uglova po veličini (oštar, prav, tup); Crtanje uglova; Tangrami.* Među njima, zadaci vezani za pojam zapremine tela su najslabije urađeni. Prosečno, samo 24% učenika je uspeo tačno da reši zadatke primene u kojima je bilo potrebno da znaju kako se izračunava zapremina kvadra bez obzira na to da li su dati u realnom kontekstu ili ne. Uobičajeno je da se ovi sadržaji planiraju za kraj četvrtog razreda, te im se posvećuje manje pažnje, a moguće je i da budu u praksi potpuno zanemareni. Slično tome, među najslabije urađenim (27%) bili su zadaci koji su se odnosili na merenje površine pokrivanjem figure izabranom mernom jedinicom (a ne

primenom formule). Aktivnosti sastavljanja i rastavljanja figura (tangram) i pokrivanja figure izabranom mernom jedinicom mogu pomoći da se kod učenika razvije i taj aspekt razumevanja površine.

Kada je u pitanju klasifikacija geometrijskih oblika na osnovu njihovih odlika, ustanovljeno je da učenici nisu u većoj meri ovladali pojmovnim i slikovnim svojstvima objekata (Fischbein, 1993). Dodatno, učenici su, kao i prethodnom TIMSS ciklusu, postigli slabije rezultate u zadacima u kojima se zahtevalo poznavanje matematičke terminologije (Milinković *et al.*, 2017). Nalazi ukazuju na to da učenici mešaju pojmove obima i površine, odnosno upravnih i paralelnih linija, što je u skladu sa rezultatima pomenutog istraživanja (Clements & Battista, 2001).

Nalazi pokazuju da su učenici iz naše zemlje na isti način usmereni na sva tri kognitivna domena kao i njihovi vršnjaci iz drugih zemalja, ali da razlike postoje na nivou opšte tačnosti koju treba unaprediti. U ciklusu TIMSS 2011 takođe se pokazalo da su zemlje ujednačene u raspodeli postignuća za različite kognitivne domene, iako su bile i do 30 mesta udaljene jedne od drugih na rang-listi po postignućima (Nixon & Barth, 2014). Ovo je važna informacija za kreatore obrazovnih politika o tome kakvi su efekti dosadašnjih praksi na ostvarenost određenog kognitivnog nivoa, kao i u kom smeru treba dalje unapređivati nastavni proces. Dobijene rezultate možemo da intepretiramo kao ujednačenu startnu poziciju za promene koje su uvedene u reformisanom Planu i programu nastave i učenja (Pravilnik o programu nastave i učenja za četvrti razred osnovne škole, 2019).

Relativan uspeh učenika u rešavanju TIMSS zadataka kojima se u Srbiji poklanja malo ili nimalo pažnje govori o spremnosti učenika da se njima bave. U programu učenja i nastave pojavljuju se sadržaji i metodička uputstva koja mogu doprineti razvoju sposobnosti vizuelnog sagledavanja prostora, orijentacije i prostornog rezonovanja kojima treba posvetiti pažnju: podudarnost, osna simetrija, translacija, decimalni zapis broja u kontekstu merenja, procene. Postignuće učenika iz naše zemlje u zadacima čitanja dužine koja nije ceo broj na lenjiru (npr. 2,5 cm) pokazuje da su mnogi učenici uspešni u izražavanju mera u decimalnom zapisu, iako to nisu formalno učili. Promene nastale u aktuelnom programu učenja i nastave delimično proizlaze iz analiza rezultata iz ranijih TIMSS ciklusa. Konkretno ovi sadržaji su planirani za treći i četvrti razred te ćemo moći da potvrdimo naše pretpostavke u narednom TIMSS ciklusu. Slično, oko trećine učenika uspešno je rešilo složenije zadatke u okviru podoblasti koja obuhvata pojmove simetričnosti i translacije što govori o spremnosti učenika da se uspešno njima bave.

Neki sadržaji nisu deo programa, ali mogu postati deo nastavnih aktivnosti. Na primer, bilo bi poželjno da se pojmovno razumevanje obima proširi na proizvoljne

zatvorene figure u ravni (trapez, šestougao itd.). Moglo bi se zaključiti da učenici iz naše zemlje imaju malo ili nimalo praktičnog iskustva u crtanju slobodnom rukom pravih linija i geometrijskih figura. Iako je za crtanje prave linije neophodno korišćenje pribora za crtanje, to ne znači da ne treba kreirati prilike u kojima bi učenici slobodnom rukom skicirali geometrijske oblike, jer će im ta veština i kasnije koristiti pri analizi kompleksnijih geometrijskih problema u narednim razredima. Smatramo da bi učenicima trebalo pružiti priliku da uvežbavaju i crtanje slobodnom rukom uz korišćenje kvadratne mreže kao vodiča. Dodatno, zadaci koji su predviđeni planom i programom bi mogli da budu više diversifikovani, u odnosu na standardne formulacije i protipične primere geometrijskih oblika koji su prikazani u udžbenicima. Ovim bismo omogućili učenicima da testiraju svoje razumevanje geometrijskih pojmova u različitim kontekstima.

Posmatranje strategija koje su učenici koristili prilikom rešavanja problema merenja je pedagoški korisno. Na primer, za učitelje je vrlo informativno ako posmatraju kako učenici rešavaju zadatke merenja dužine, poput skiciranja pravougaonika sa određenim dimenzijama. Strukturno predstavljanje dvodimenzionalnih figura kao mreže kvadrata nije jednostavan zadatak (Outhred & Mitchelmore, 1992). Većina učenika nema poteškoća da pokrije zadanu površ jednakim kvadratima (mernom jedinicom) i da prebrojavanjem tih kvadrata dođe do površine površi. Mnogi učenici pak ne uspevaju da tumače nizove kvadrata (tj. mernih jedinica) koji prekrivaju površ, što ometa njihovo pojmovno razumevanje površine figure. Izgledno je da će takvi učenici koristiti formulu bez razmišljanja o smislenosti rešenja koje dobiju. Zbog toga je izuzetno važno da učitelj obrati pažnju na strategije i obrazloženja koje koristi učenik i da uoči i ispravi moguće zablude (Vidović, Vlahović-Štetić, Rijavec & Miljković, 2014). U kontekstu praćenja kako učenici rešavaju zadatke, prepoznajemo da su zadaci višestrukog izbora korisni za identifikovanje dece koja imaju neka znanja, makar na nivou prepoznavanja sadržaja ili za prepoznavanje zabluda koje učenici imaju. Ovakvi zadaci pružaju priliku da učenici pokušaju da dođu do tačnog odgovora tako što analizu započinju od unapred datih rešenja ka postavci zadatka. Čak i gomilanje odgovora na nekoj od pogrešnih opcija omogućava učiteljima da prošire uvide o nerazumevanju i zabludama koje su učenici razvili.

Ne postoji napredak u odnosu na ciklus TIMSS 2015, pri čemu je došlo čak i do neznatnog pada od 3,5% u tačnosti odgovora, distribuirano podjednako kroz sve podoblasti. Do neznatnog pada u tačnosti došlo je zbog toga što je za učenike četvrtog razreda u ovom ciklusu merenje dužine pomoću lenjira i pojam paralelnosti predstavljao nešto veći izazov u odnosu na TIMSS 2019 ciklus.

Učenici iz Srbije su u ciklusu TIMSS 2019 ostvarili rezultate na nivou međunarodnog proseka. Mala zabeležena razlika od 4,3% nije bila statistički značajna. Izdvojili bismo oblasti

*Poređenje i crtanje uglova i Osnovne odlike prostih geometrijskih oblika* kao nešto izazovnije za učenike iz naše zemlje. U prvoj oblasti, prema Van Hilovom modelu, učenici nisu još dostigli ni prvi nivo identifikacije ugla i operisanja u skladu sa njegovim karakteristikama (Scally, 1990). Podatak da je samo 33% učenika razlikovalo tri tipa uglova (oštar, prav i tup), a četvrtina uspeła da ih nacрта na kraju prvog ciklusa osnovnog obrazovanja, navodi na pitanje u kojoj meri će se ta razlika u postignuću učenika u geometriji još više produbiti kada budu morali da usvoje gradivo koje ih očekuje od petog razreda u vezi sa poređenjem, translacijom, sabiranjem i oduzimanjem uglova (Pravilnik o programu nastave i učenja za peti razred osnovne škole, 2018).

## 6. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Osnovu uspeha u rešavanju zadataka iz geometrije ne čini poznavanje formula, već konceptualno razumevanje, sagledavanje uslova koji proizlaze iz realnog konteksta zadatka i sposobnosti davanja obrazloženja. Upšteno govoreći, učenicima iz naše zemlje nedostaje fleksibilnost do koje se stiže kroz iskustvo u rešavanju različito formulisanih zadataka sa raznorodnim primerima geometrijskih oblika, uz često menjanje strategija rešavanja. U teorijskom delu poglavlja istaknuti su različiti aspekti geometrijskog saznanja, kao što je pojmovno i slikovno razumevanje pojmova, vizualizacija i prostorno rezonovanje, merenje, relacije i transformacije. Ukazali smo na faktore koji su mogli uticati na slabiji rezultat, vrste grešaka i zabluda u okviru pojedinih tema. Može se zaključiti da su naši nalazi o grešakama i zabludama učenika iz Srbije u skladu sa rezultatima istraživanja pomenutih u uvodnom delu rada. Mnoge od tema koje su u ovom ciklusu prepoznate kao izazovne sadržane su u aktuelnom programu učenja i nastave koji je usvojen od 2018. Praćenje postignuća učenika u sledećem ciklusu TIMSS 2023 će pokazati i koliko su predložene promene zaživele u praksi.

Na kraju bismo se osvrnuli i na ograničenja naše studije i smernice za buduća istraživanja. U ovom poglavlju smo se prvenstveno bavili ostvarenim kurikulumom, odnosno postignućem učenika i varijetatom njihovih odgovora. Okvir TIMSS istraživanja nam omogućava da pratimo i aspekt planiranog i primenjenog kurikuluma i njegove veze sa postignućem. Stoga bi buduća istraživanja mogla biti usmerena na pronalaženje odgovora na pitanje o tome u kojoj meri je ono što je propisano planom i programom kroz realizaciju u učionici zaista i ostvarilo efekte na konačna postignuća učenika. Pored analize podataka koje dobijamo iz TIMSS studije, analize bi mogle da sadrže i direktno praćenje procesa poučavanja konceptata u vezi sa geometrijom i geometrijskim merenjem. Dodatno bi bilo zanimljivo ispitivati upotrebu i značaj IKT-a u nastavi. Rezultati nedavnih

studija iz ove oblasti ukazuju da upotreba digitalnih alata kao što je GeoGebra značajno utiču ne samo na postignuće, već i na motivisanost učenika prema učenju geometrije i matematike uopšte (Božić, 2019; Hyllmayr, Ziernwald, Reinhold, Hofer & Reiss, 2020; Sarkar, Kadam & Pillai, 2020; Xistouri & Pitta-Pantazi, 2013). Ova veza je direktno uslovljena kvalitetom alata, kao i stepenom obučenosti učitelja da vode proces na odgovarajući način (Hyllmayr *et al.*, 2020). Ostaje otvoreno pitanje u kojoj meri i na koji način učitelji u Srbiji koriste digitalne alate u sklopu istraživački orijentisane nastave geometrije.

Naše preporuke date su sa ciljem da inspirišu učitelje da se ne zaustavljaju na memorisanju lista definicija i formula koje se vezuju za geometrijske oblike i njihovo merenje, nego da istraju u osmišljavanju novih strategija poučavanja koje će pomoći da učenici razviju geometrijske pojmove i geometrijsko rezonovanje na njima smislen način (Battista, 2001).

## KORIŠĆENA LITERATURA

- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Teaching and Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241.
- Baranović, N. (2019). Pre-service Primary Education Teachers' Knowledge of Relationships among Quadrilaterals. In J. Milinković & Z. Kadelburg (Eds.), *Proceedings of the Scientific Conference "Research in Mathematics Education"* (pp. 112–127). Beograd: Društvo matematičara Srbije.
- Battista, M. T. (2001). A Research-Based Perspective on Teaching School Geometry. In J. Brophy (Ed.), *Subject-Specific Instructional Methods and Activities* (Advances in Research on Teaching, Vol. 8), Emerald Group Publishing Limited, Bingley (pp. 145–185).
- Battista, M. T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. In F. K. Jr. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843–908). Reston, VA: NCTM.
- Ben-Haim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1985). Visualizing Rectangular Solids Made of Small Cubes: Analyzing and Effecting Students' Performance. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 389–409.
- Božić, R. (2019). The Application of Modern Technology in Teaching and Learning Stereometry. In J. Milinković & Z. Kadelburg (Eds.), *Proceedings of the Scientific Conference "Research in Mathematics Education"* (pp. 102–111). Beograd: Društvo matematičara Srbije.
- Bright, G. W. (1976). Estimation as Part of Learning to Measure. *National Council of Teachers of Mathematics Yearbook*, 38, (pp. 87–104). Reston, VA: NCTM.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420–464). New York: Macmillan.
- Clements, D., Sarama, J., Van Dine, D., Barrett, J., Cullen, C., Hudyma, A., Dolgin, R., Cullen, A. & Eames, C. (2018). Evaluation of three interventions teaching area measurement as spatial structuring to young children. *The Journal of Mathematical Behavior*, 50, 23–41.

- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., Swaminathan, S. & McMillen, S. (1997). Students' development of length measurement concepts in a Logo-based unit on geometric paths. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 70-95.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (2001). Legth, Perimeter, Area, and Volume. In I. S. Grinstin & S. I. Lipsez (Eds.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 406–410). New York, NY: Routledge Falmer.
- Corcoran, T. B., Mosher, F. A. & Rogat, A. (2009). Learning Progressions in Science: An Evidence-Based Approach to Reform. *CPRE Research Reports*. Retrieved from [https://repository.upenn.edu/cpre\\_researchreports/53](https://repository.upenn.edu/cpre_researchreports/53)
- Crompton, H. (2013). Understanding Angle and Angle Measure: A Design-Based Research Study Using Context Aware Ubiquitous Learning. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 22(1), 19–30.
- De Villiers, M. (1994). The Role and Function of a Hierarchical Classification of Quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11–18.
- De Villiers, M. (2009). To Teach Definitions in Geometry or Teach to Define. Retrieved 5th May 2021 from the World Wide Web <https://www.researchgate.net/publication/255605686>
- Đokić, O. i Zeljić, M. (2017). Teorije razvoja geometrijskog mišljenja prema Van Hilu, Fišbajnu i Udemon-Kuzniaku. *Teme*, 41(3), 623–637.
- Đokić, O. Jelić, M. i Ilić, S. (2020). The Correlation between Figural and Conceptual Properties of Angle and Cube in Pre-Service Teachers Geometric Reasoning. *Teaching Innovations*, 33(1), 1–20.
- Duval, R. A. (2006). Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139–162.
- Fishbein, B., Foy, P. & Tyack, L. (2020). Reviewing the TIMSS 2019 Achievement Item Statistics. In M. O. Martin, M. von Davier & I. V. S. Mullis (Eds.), *Methods and Procedures: TIMSS 2019 Technical Report* (pp. 10.1-10.70). Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/methods/chapter-10.html>
- Fischbein, E. & Nachlieli, T. (2006). Concepts and Figures in Geometrical Reasoning. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1193–1211.
- Fujita, T. & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education* 9(1&2), 3–20.
- Gal, H. & Vinner, S. (1997). Perpendicular Lines - What Is the Problem? Pre-Service Teachers' Lack of Knowledge on How to Cope with Students' Difficulties. *Proceedings of PME 21 Finland*. 2, 281–288.
- Herskovitz, R. (1987). The Aquisition of Concepts and Misconception in Basic Geometry – or when “A Little Learning is a Dangerous Thing”. In J. Novak (Ed.), *Proceedings of The Second International Seminar Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics* 3 (pp. 238–252). Ithaca, NY: Cornell University.
- Hyllmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I. & Reiss, K. I. (2020). The Potential of Digital Tools to Enhance Mathematics and Science Learning in Secondary Schools: A Context-Specific Meta-Analysis. *Computers & Education*, 153, 103897.



- Huang, H. M. E. & Witz, K. G. (2013). Children's Conceptions of Area Measurement Their Strategies for solving Area Measurement Problems. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(1), 10–26.
- Joram, E., Subrahmanyam, K., & Gelman, R. (1998). Measurement estimation: Learning to map the route from number to quantity and back. *Review of Educational Research*, 68(4), 413–449.
- Kim, E. M., Haberstroh, J., Peters, S., Howell, H. & Nabors, O. L. (2017). A Learning Progression for Geometrical Measurement In One, Two, And Three Dimensions. *ETS Research Report Series*, 1, 1–26.
- Milinković, J. (2007). *Elementarni matematički pojmovi*. Beograd: Učiteljski Fakultet.
- Milinković, J., Marušić Jablanović, M. & Dabić Boričić, M. (2017). Postignuće učenika iz matematike: glavni nalazi, trendovi i nastavni program. U M. Marušić Jablanović, N. Gutvajn & I. Jakšić (ur.), *TIMSS 2015 u Srbiji* (str. 27–50). Beograd: Institut za pedagoška istraživanja.
- Mullis, I. V. S. & Martin, M. O. (Eds.) (2017). *TIMSS 2019 Assessment Frameworks*. Retrieved May 15, 2021 from World Wide Web Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: <http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/>
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y. & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011 Assessment Frameworks*. Retrieved May 15, 2021 from World Wide Web Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: [https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/TIMSS2011\\_Frameworks.pdf](https://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/TIMSS2011_Frameworks.pdf)
- Nixon, R. S. & Barth, K. (2014). A Comparison of TIMSS Items Using Cognitive Domains. *School Science and Mathematics*, 114, 65–75.
- Neidorf, T., Arora, A., Erberber, E., Tsokodayi, Y. & Mai, T. (2020). *Student Misconceptions and Errors in Physics and Mathematics: Exploring Data from TIMSS and TIMSS Advanced*. IEA: Springer Open.
- Outhred, L. & Mitchelmore, M. (1992). Representation of Area: A Pictorial Perspective. In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the Sixteenth PME Conference* (pp. 194–201), Vol. II. Durham, NH: Program Committee of the Sixteenth PME Conference.
- Outhred, L., & Mitchelmore, M. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 144-167.
- Pravilnik o planu i programu nastave i učenja za četvrti razred osnovne škole (2019). *Službeni glasnik*, 68/11.
- Pravilnik o planu i programu nastave i učenja za peti razred osnovne škole (2018), *Službeni glasnik*, 67/15.
- Sarkar, P., Kadam, K. & Pillai, J. S. (2020). Learners' Approaches, Motivation, and Patterns of Problem-Solving on Lines and Angles in Geometry Using Augmented Reality. *Smart Learning Environments*, 7, 1–23.
- Scally, S. (1990). *The Impact of Experience in a Logo Learning Environment on Adolescents' Understanding of Angle: A Van Hiele-Based Clinical Assessment*, Unpublished Doctoral Dissertation, Emory University, Atlanta, Georgia.
- Sinclair, N., Bartolini Bussi, M.G., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A. & Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. *ZDM Mathematics Education* 48, 691–719.
- Smith, J. P., & Barrett, J. E. (2017). The learning and teaching of measurement: Coordinating quantity and number. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education*. (pp. 355–385). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Smith, J. P., Van Den Heuvel-Panhuizen, M. & Teppo, A. R. (2011). Learning, Teaching, and Using Measurement: Introduction to the Issue. *ZDM Mathematics Education*, 43, 617–620.
- Stephan, M. & Clements, D. H. (2003). Linear, area, and time measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement, 2003 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* (pp. 3–16). Reston, VA.
- Steffe, L. P. (1991). Operations that generate quantity. *Learning and Individual Differences*, 3(1).
- Tan-Sisman, G. & Aksu, M. (2016). A Study on Sixth Grade Students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1293–1319.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Buys, K. (Eds.) (2008). *Young children learn measurement and geometry. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Vidović, V. V., Vlahović-Štetić, V., Rijavec, M. & Miljković, D. (2014). *Psihologija obrazovanja*. Beograd: Klett.
- Xistouri, X. & Pitta-Pantazi, D. (2013). Using Geogebra to Develop Primary School Students' Understanding of Reflection. *North American GeoGebra Journal*, 2(1), 19–23.